# Ley de Gauss

**Ley de Gauss** ⇒

$$\Phi_E = \frac{q_{int}}{\epsilon_0}$$

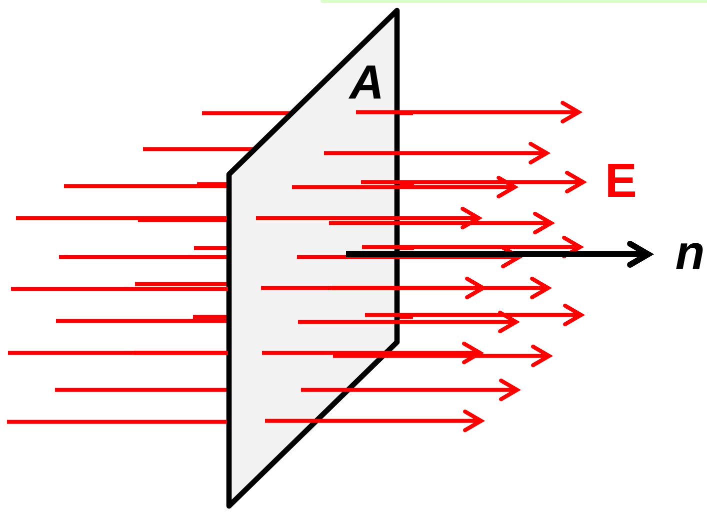
carga eléctrica en el interior de una superficie cerrada

$\epsilon_0 \rightarrow 8.854 \times 10^{-12}\ \mathrm{F/m}$

flujo eléctrico a través de una superficie cerrada

permitividad del espacio libre

**flujo eléctrico** ⇒ cantidad relacionada a la cantidad de líneas del campo eléctrico pasando a través de una superficie.



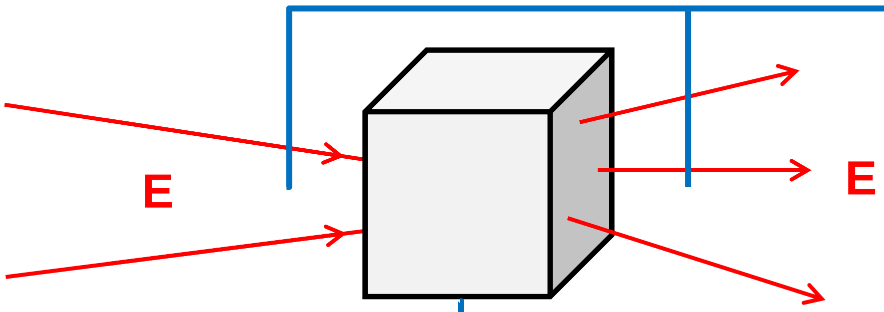

por un campo eléctrico uniforme

$$\Phi_E = \vec{E} \cdot \vec{A} \quad \left[\frac{N}{C} m^2\right]$$

$\vec{A} = A\,\hat{n}$

**OJO** La ley de Gauss se refiere a un flujo eléctrico a través de una superficie cerrada.

**flujo** eléctrico se relaciona a la cantidad de **líneas saliendo** de la superficie cerrada **menos** la cantidad de líneas **entrando**

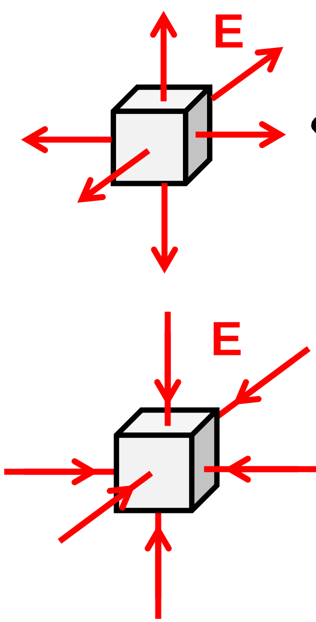



superficie cerrada encapsula un volumen

por un campo eléctrico no uniforme y por una superficie cerrada

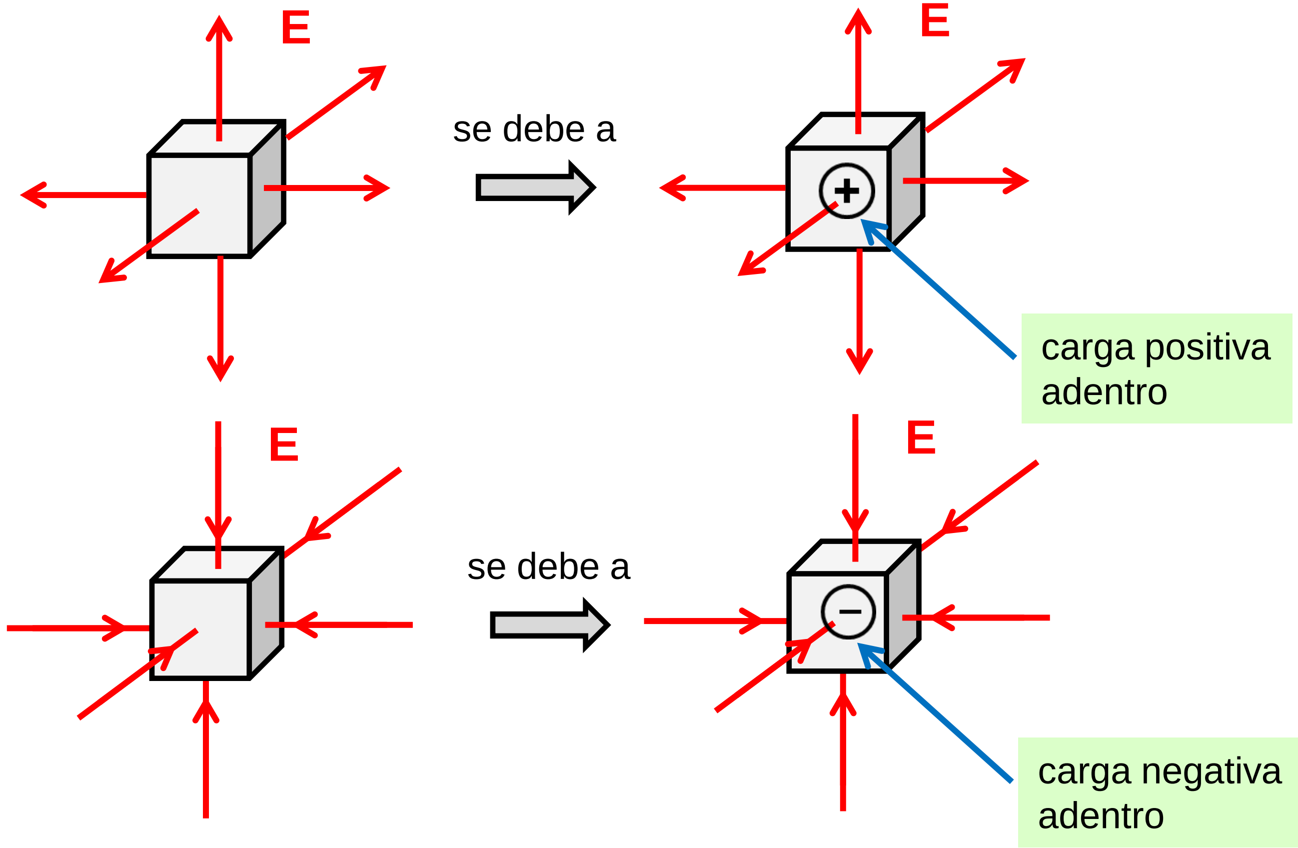
$$\Phi_E = \boxed{\oint} \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

integral sobre una superficie cerrada




$\Phi_E > 0$

$\Phi_E < 0$



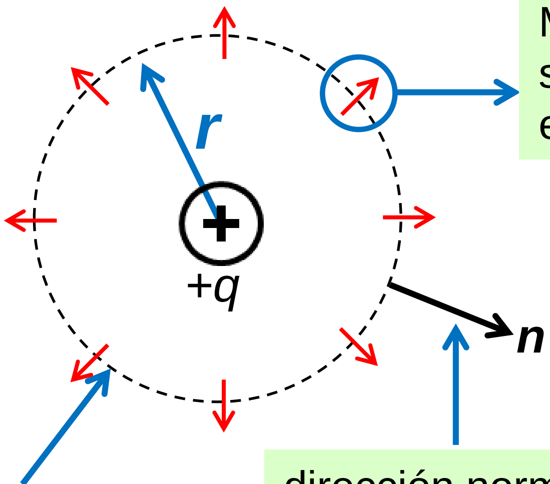

**Ley de Gauss** $$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{int}}{\epsilon_0}$$

$$\Phi_E = \boxed{\oint \boxed{\vec{E}} \cdot d\vec{A}} = \frac{q_{int}}{\epsilon_0}$$

El campo eléctrico de la integración se debe a todas las cargas, adentro y afuera.

El flujo neto depende solamente de la carga al interior.

Se puede integrar solamente por superficies cerradas que tienen la misma simetría que la distribución de carga.




Magnitud de E es constante sobre la superficie por simetría. Puntos en la superficie están a la misma distancia de la carga.

superficie gaussiana (esfera)

dirección normal por afuera de la superficie

**OJO** La E es constante se puede sacar de la integral. Eso es la **clave** en el uso de la Ley de Gauss.

esfera $4\pi r^2$

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oint E\, dA \, \cos 0^\circ = E \boxed{\oint dA}$$

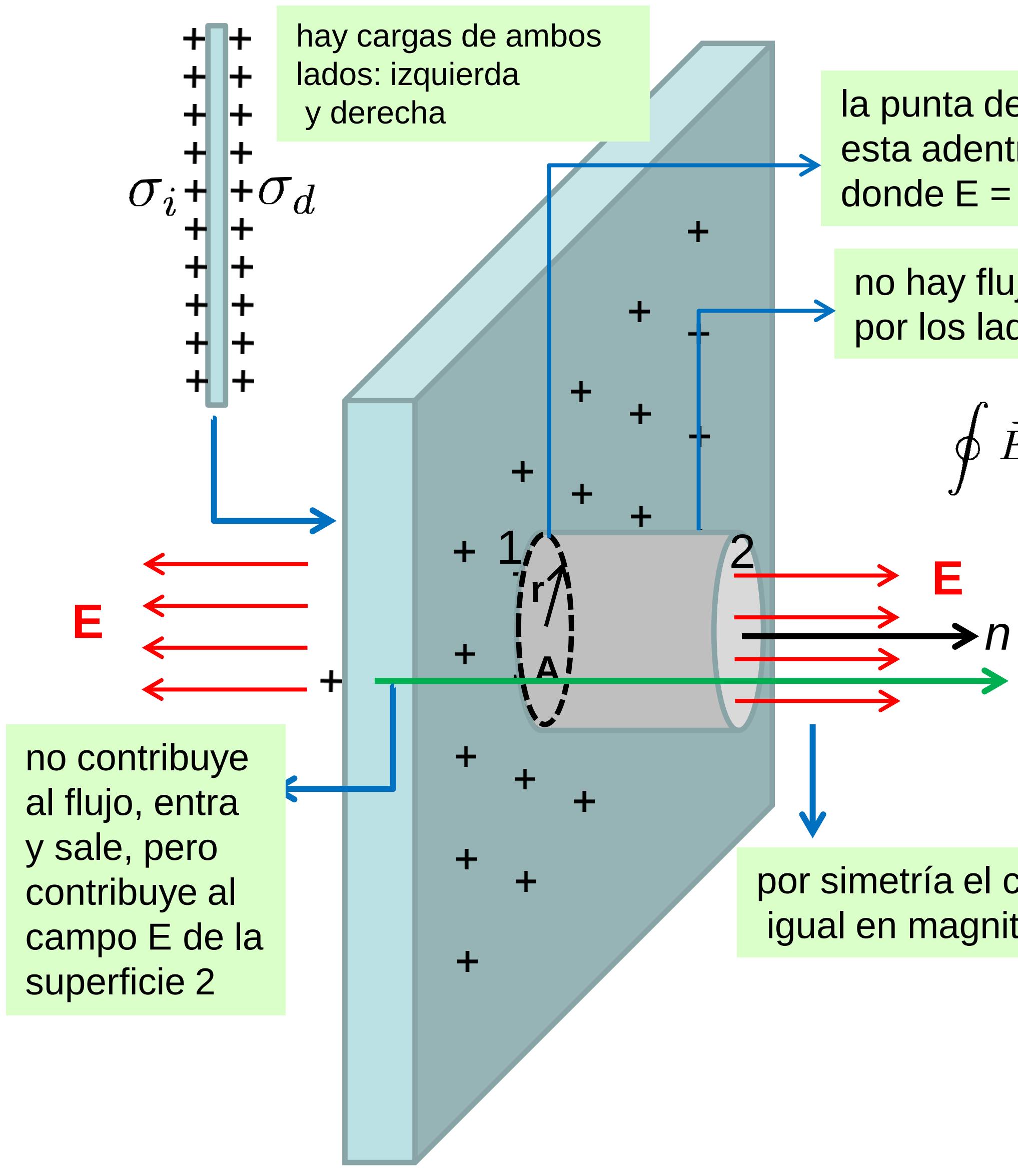
$$\Phi_E = \frac{q_{int}}{\epsilon_0}$$

$$E(4\pi r^2) = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}$$

resultado previamente obtenido utilizando la Ley de Coulomb

# Campo eléctrico de una hoja conductora infinita de carga según Gauss




$$\sigma_d\, A$$

$$\Phi_E = \oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{\boxed{q_{int}}}{\epsilon_0}$$

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \boxed{\int_1 E\, dA} + \int_2 [E(\sigma_i) + E(\sigma_d)]\, dA$$

$$0 \qquad E$$

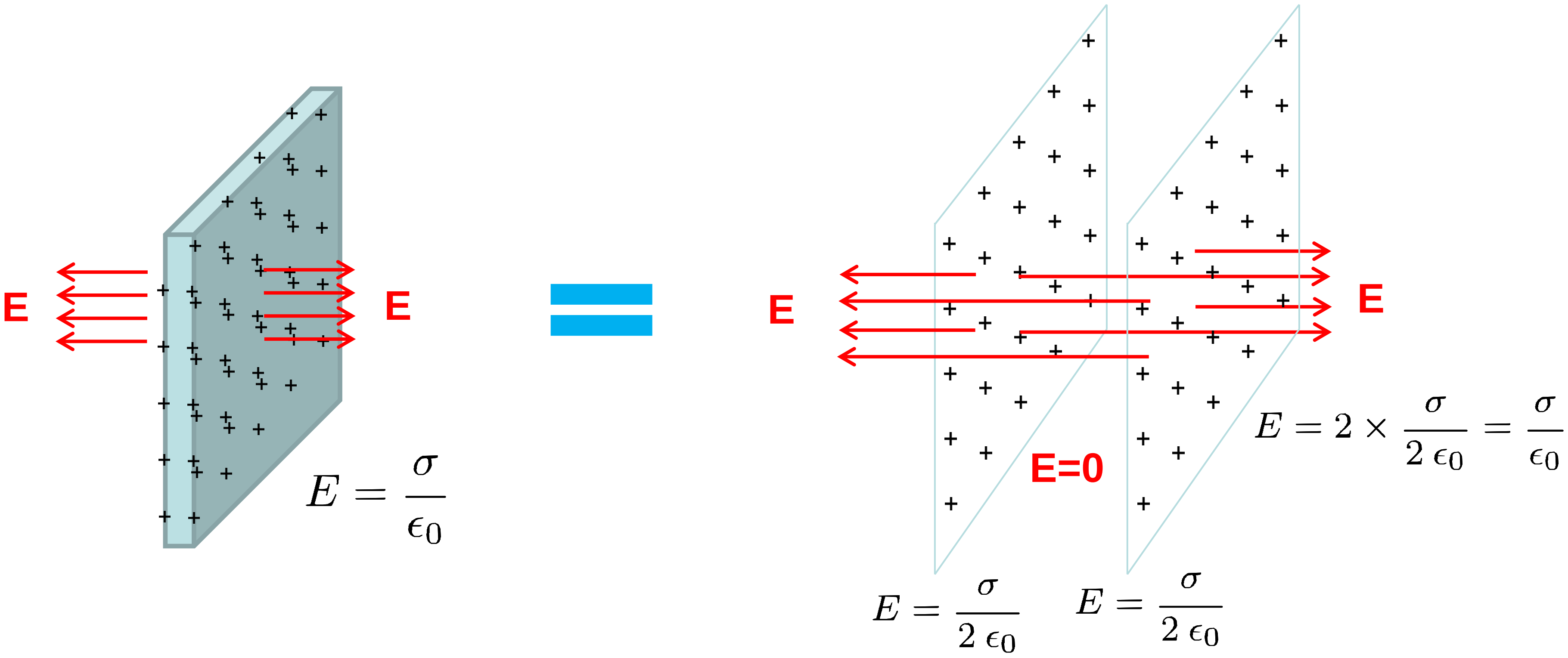
$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \int E\, dA\, \cos 0^\circ = \frac{\sigma_d\, A}{\epsilon_0}$$

$$E \int dA = \frac{\sigma_d\, A}{\epsilon_0}$$

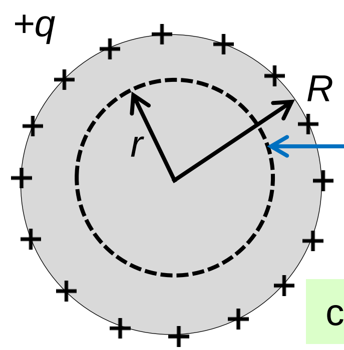
$$E\, A = \frac{\sigma_d\, A}{\epsilon_0} \rightarrow E = \frac{\sigma_d}{\epsilon_0}$$

Resultado importante. El **campo** eléctrico depende de la **densidad de carga** en la **superficie** de un **conductor**.

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$


E
E
$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$
E
E
E=0
$E = 2 \times \frac{\sigma}{2\,\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$
$E = \frac{\sigma}{2\,\epsilon_0}$
$E = \frac{\sigma}{2\,\epsilon_0}$

# Casos interesantes utilizando la Ley de Gauss



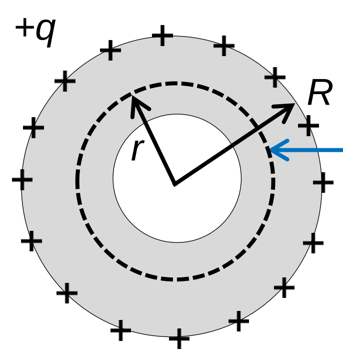

superficie gaussiana

conductor

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{int}}{\epsilon_0}$$

E = 0 adentro de un conductor

$q_{int}$ = 0 adentro de un conductor



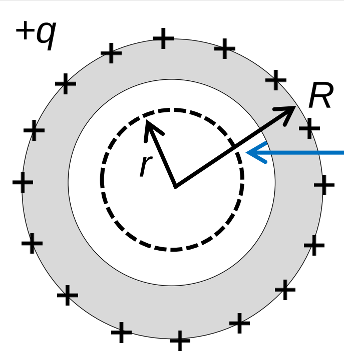

superficie gaussiana

conductor hueco

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{int}}{\epsilon_0}$$

E = 0 adentro de un conductor

$q_{int}$ = 0 adentro de la cascara y del hueco de un conductor incluyendo la superficie interior




superficie gaussiana

conductor hueco

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{int}}{\epsilon_0}$$

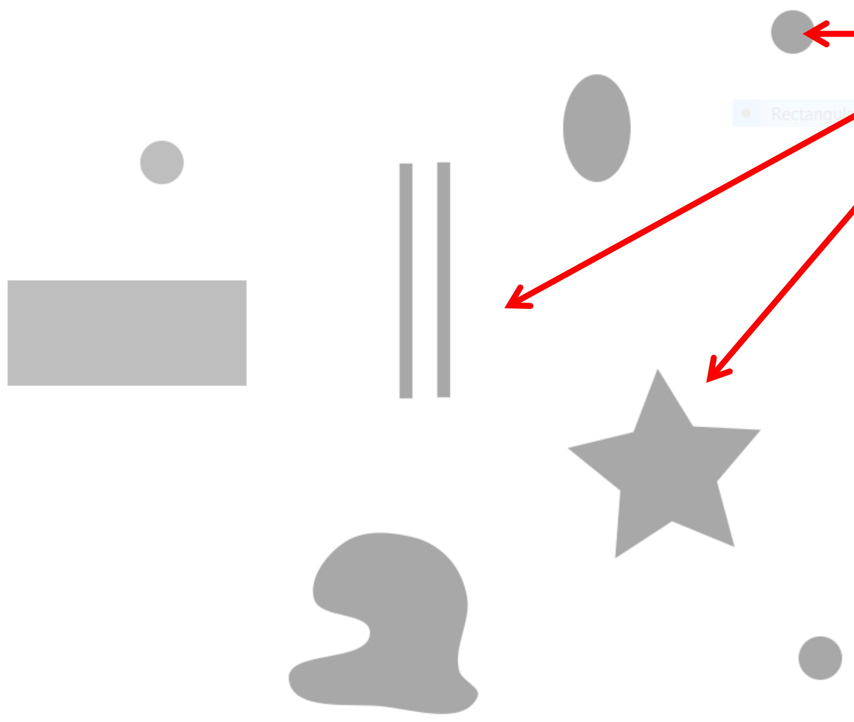
q = 0 adentro de un conductor hueco

E = 0 adentro del hueco de un conductor

# Capacitancia

**Capacitancia (C)**

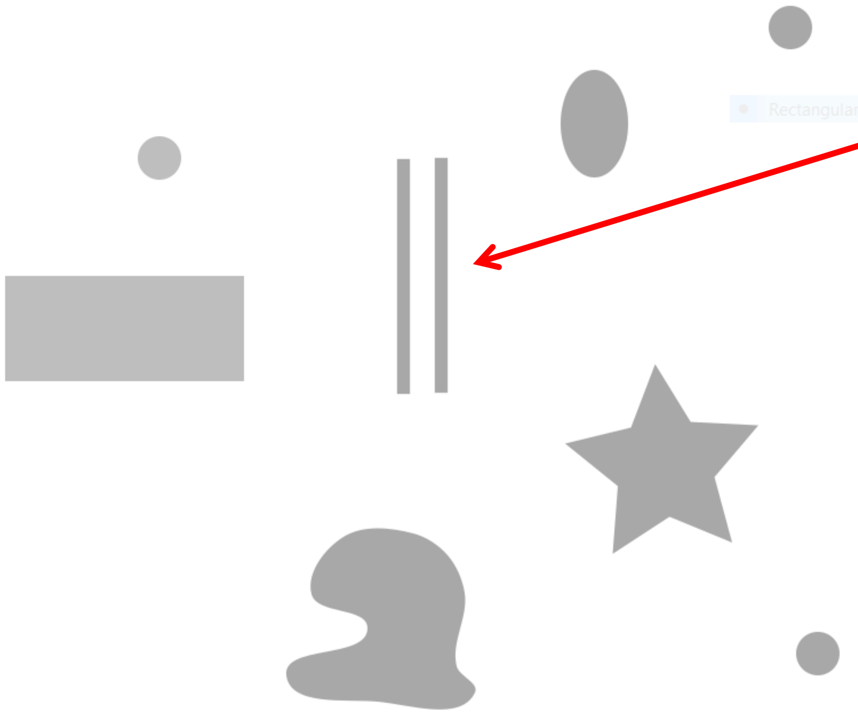
Propiedad que tiene dos conductores separados por un espacio aislante para almacenar cargas eléctricas. La unidad es el faradio [F].



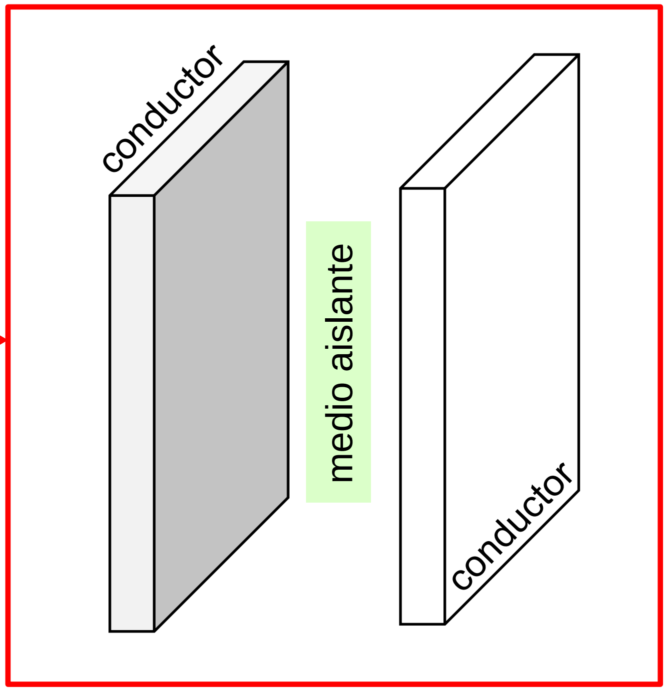

**OJO** No se puede definir **una** capacitancia para todo los conductores en un cierto espacio.
Se puede definir una capacitancia entre dos conductores específicos de todos sabiendo que la presencia de los otros conductores afecta esa capacitancia.

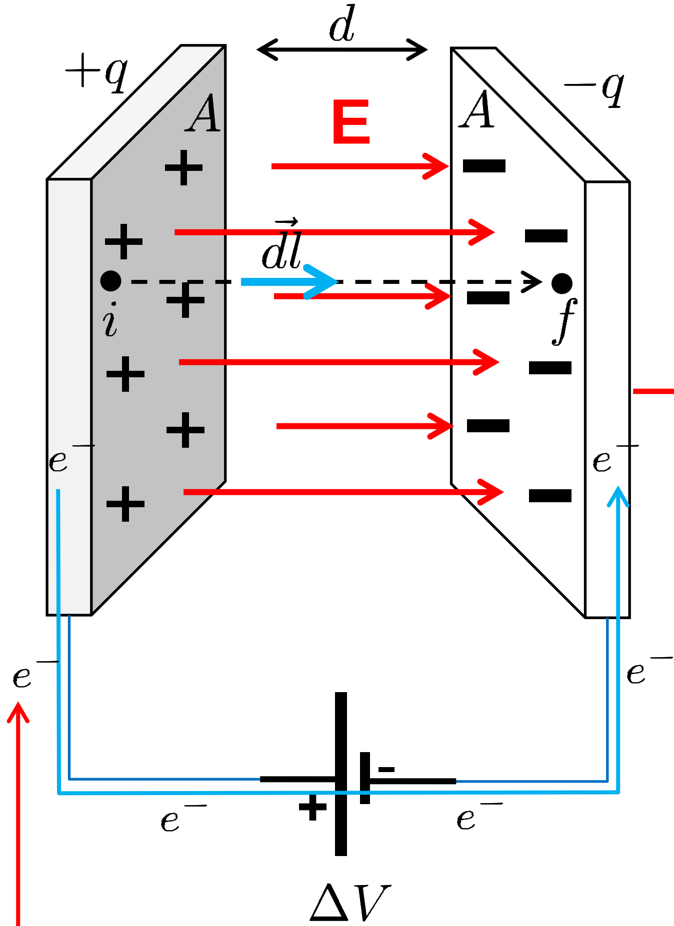
Focalizamos nuestra atención sobre esos dos conductores con la configuración de placas paralelas.

**OJO** La geometría de cada conductor del capacitor puede ser diferente. Pero típicamente son iguales.



capacitor → símbolo eléctrico ⊣⊢






Le he dado una perspectiva falsa para ver la cara interior de la placa de la derecha. Las placas siguen paralelas.

constante de proporcionalidad: capacitancia

$$q \propto \Delta V \;\; \rightarrow \;\; q = C\,\Delta V$$

para determinar la capacitancia $\rightarrow \; C = \dfrac{q}{|\Delta V|}$

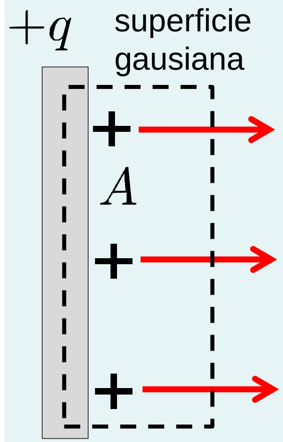
$$\Delta V = -\int_i^f \vec{E}\cdot\vec{dl}$$

**OJO** La batería esta haciendo un trabajo sobre la carga para moverla de la placa + a la placa -.

**OJO** No es una definición de capacitancia. Solamente una manera de calcular.

para determinar la capacitancia $\rightarrow C = \frac{q}{|\Delta V|}$

## Hemos visto:



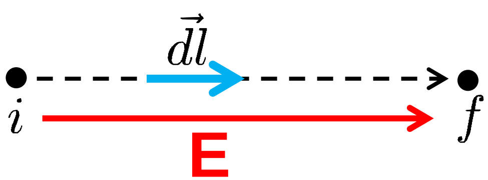

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{int}}{\epsilon_0}$$

$$\Phi_E = \oint E \, dA \, \cos 0^\circ$$

$$= E \oint dA = E \, A$$

$$E \, A = \frac{q_{int}}{\epsilon_0} \rightarrow E = \frac{q}{\epsilon_0 \, A}$$

$$\Delta V = -\int_i^f \vec{E} \cdot \vec{dl}$$



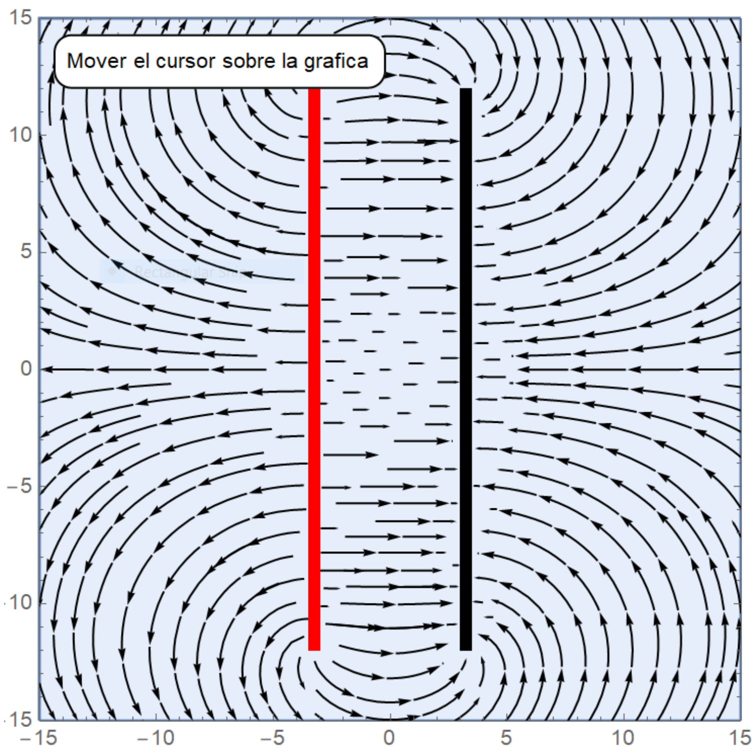

$$\Delta V = -\int_i^f \vec{E} \cdot \vec{dl} = -\frac{q}{\epsilon_0 A} d$$

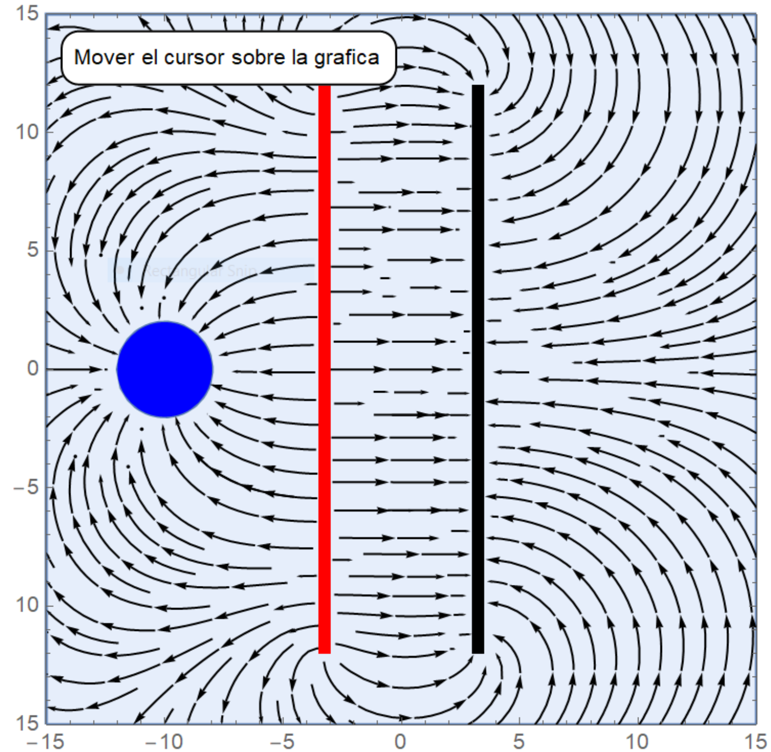
$$C = \frac{q}{|\Delta V|} = \frac{q}{\frac{q}{\epsilon_0 \, A} \, d}$$

$\Rightarrow$

capacitancia placas paralelas $C = \frac{\epsilon_0 \, A}{d}$

**OJO** **Capacitancia** depende de la **configuración de los conductores** y del **medio aislante**.




La presencia de otros conductores cerca del capacitor de placas paralelas afecta el campo eléctrico adentro del capacitor y a su ves el potencial eléctrico. Recuerdan que la capacitancia nos da la proporción entre carga almacenada en las placas y la diferencia de potencial eléctrico.

**Entonces**, conductores afuera de un capacitor puede afectar la capacitancia del capacitor. El efecto es descartable si el campo eléctrico producido por las cargas almacenadas en el capacitor es bien débil cercano a los otros conductores.

# Materiales dieléctricos

## material dieléctrico

Un material dieléctrico es un **material aislante** introducido en el espacio entre los dos conductores del capacitor. El material dieléctrico se caracteriza por su **constante dieléctrica *κ*** y **aumenta la capacitancia**.

$$\kappa = \frac{C_d}{C}$$

$C_d$: capacitancia con un dieléctrico

$C$: capacitancia sin un dieléctrico

constante dieléctrica

$\kappa \geq 1$

$$C_d = \kappa C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} = \frac{\epsilon A}{d}$$

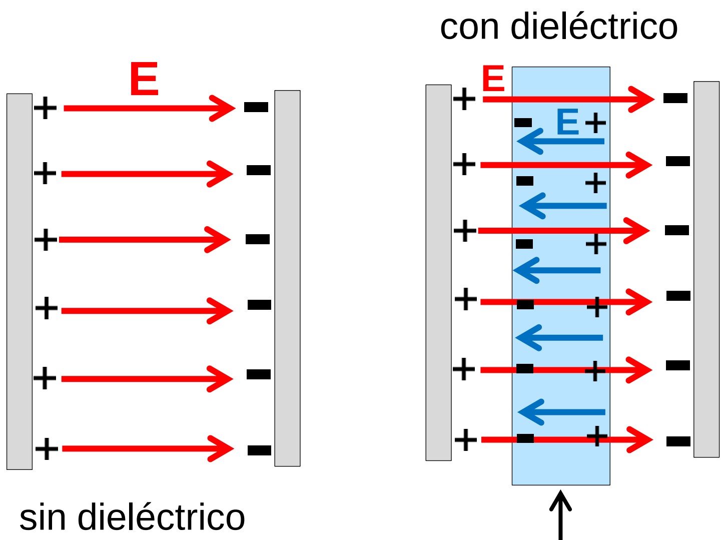
$$\epsilon = \kappa \epsilon_0$$

$\epsilon$: permitividad del material

## Voltaje de ruptura

**OJO** Los materiales dieléctricos también se caracterizan por su **voltaje de ruptura**. El voltaje de ruptura es la **diferencia de potencial máximo** a través del material dieléctrico y que **mantenga su propiedad de aislante**. A un voltaje mayor del voltaje de ruptura hay transferencia de carga eléctrica a través del material y el material se daña. El voltaje de ruptura del aire es alrededor de 10,000 V/cm.

¿Por qué aumenta la capacitancia de un capacitor con material dieléctrico?




hay polarización del material

disminuye el campo eléctrico entre las placas

**E**$_{neto}$ = **E** + **E**

$$\Delta V = -\int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{l} = -E\,d$$

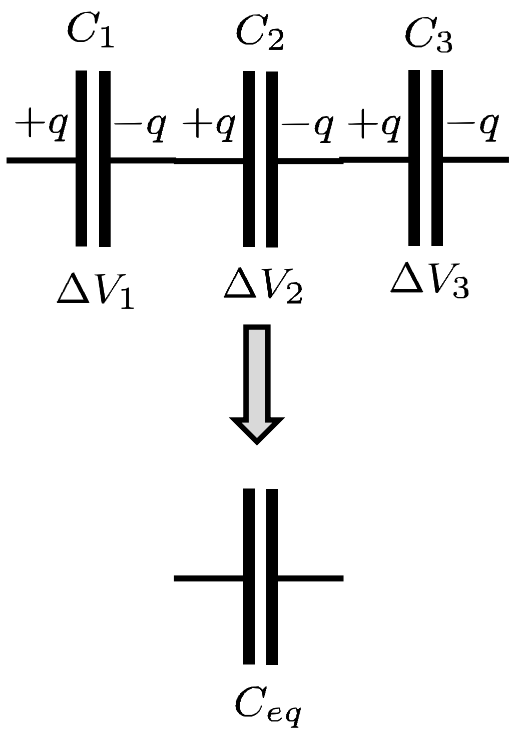
disminuye la diferencia de potencial eléctrico entre las placas

para determinar la capacitancia $\rightarrow C = \dfrac{q}{|\Delta V|}$

Si |ΔV| **disminuye** la capacitancia **C aumenta**.

# Capacitancia en serie y paralelo

## En serie:

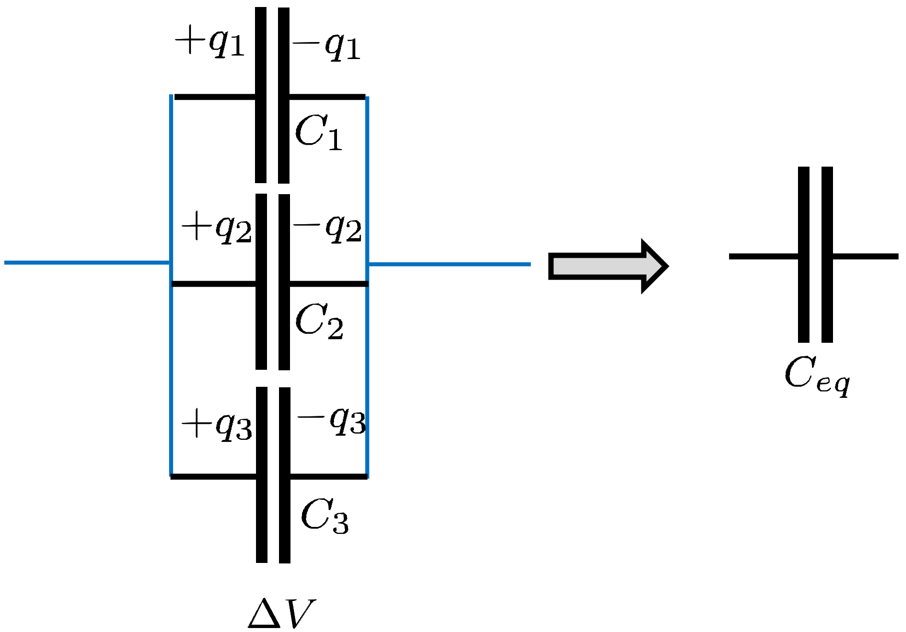



$$C_{eq} = \frac{q}{\Delta V} = \frac{q}{\Delta V_1 + \Delta V_2 + \Delta V_3}$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{\Delta V_1}{q} + \frac{\Delta V_2}{q} + \frac{\Delta V_3}{q}$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \ldots$$

## En paralelo:

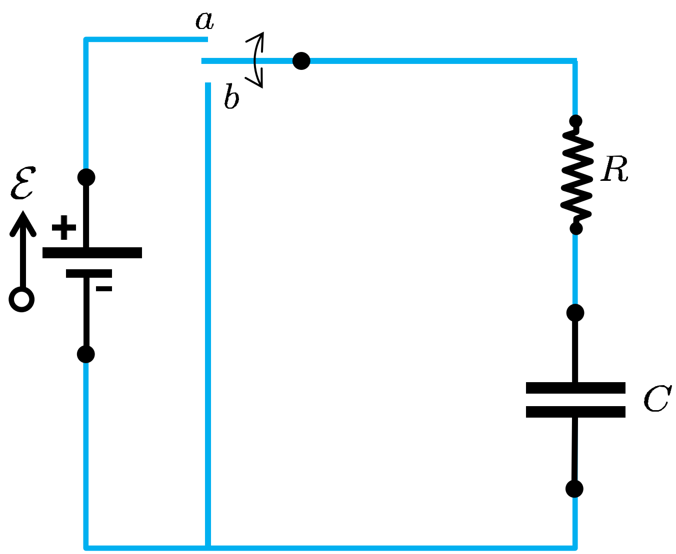



$$C_{eq} = \frac{q}{\Delta V} = \frac{q_1 + q_2 + q_3}{\Delta V}$$

$$C_{eq} = \frac{q_1}{\Delta V} + \frac{q_2}{\Delta V} + \frac{q_3}{\Delta V}$$

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 + \ldots$$

# Circuitos RC




## posición *a* → cargar el capacitor

Ley de Kirchhoff de voltajes

$$\mathcal{E} - iR - \frac{q}{C} = 0$$

$$i = \frac{dq}{dt}$$

$$R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} - \mathcal{E} = 0$$

$$q = C\mathcal{E}(1 - e^{-t/RC}) \quad RC = \tau$$

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{R}e^{-t/\tau}$$

$$V_C = \frac{q}{C} = \mathcal{E}(1 - e^{-t/RC})$$

## posición *b* → descargar el capacitor

$$iR + \frac{q}{C} = 0 \qquad R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0$$

$$q = q_0 e^{-t/\tau} \qquad \tau = RC$$

$$i = \frac{dq}{dt} = -\frac{q_0}{RC}e^{-t/\tau}$$

$$V_C = q/C = \frac{q_0}{C}e^{-t/RC} = \mathcal{E}\, e^{-t/RC}$$