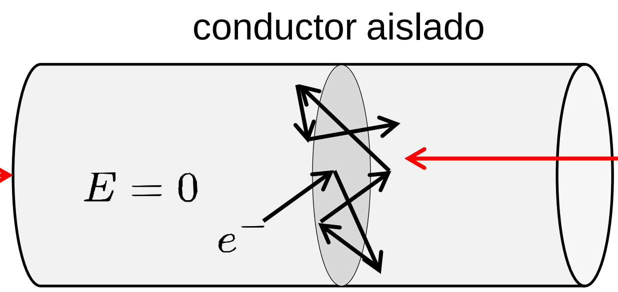
Corriente eléctrica, resistencia, y la ley de Ohm

Corriente eléctrica

superficie es una equipotencial

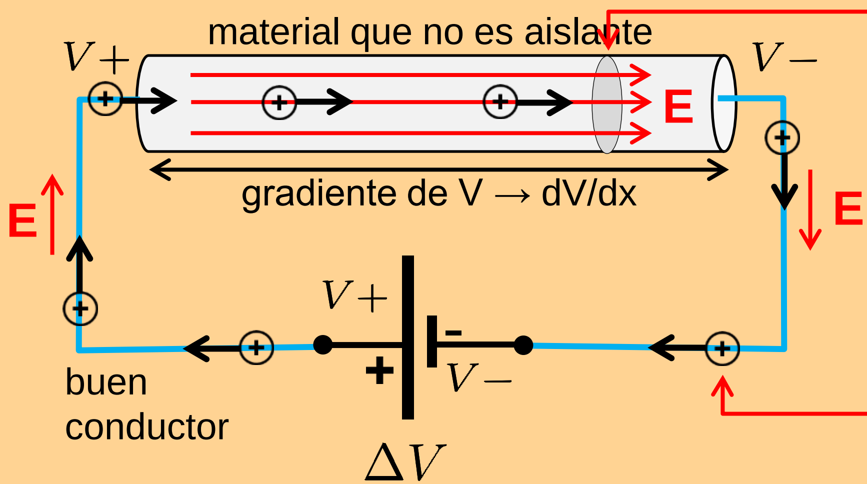


electrones se muevan aleatoriamente a 10^6 m/s

no hay transporte neto de carga a través de una superficie

Pero a establecer una diferencia de potencial eléctrico a través de un material nos da:

Hay transporte neto de carga a través de una superficie → corriente eléctrica



ilustrando la corriente eléctrica convencional de cargas positivas

corriente eléctrica (i)

Es un flujo neto de cargas eléctricas a través de una superficie. Se mide en [C/s] o amperes [A].

$$i = \boxed{dq}\over{dt} \quad \left[\frac{C}{s}\right]$$

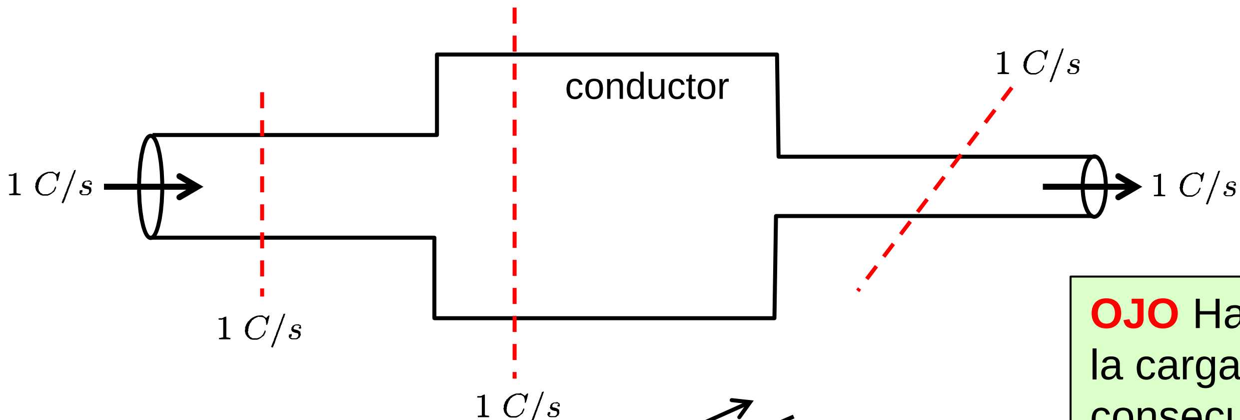
carga pasando a través de una superficie intersectando un conductor

ampere [A]

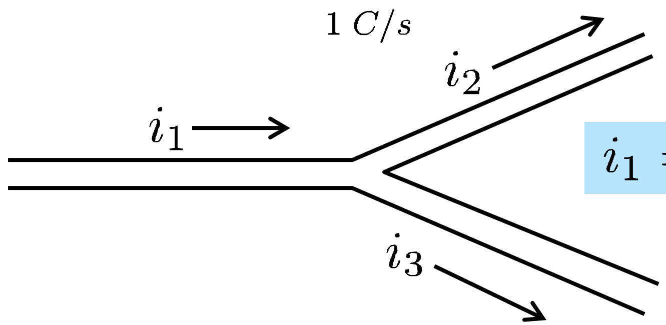
corriente eléctrica

OJO Por convención se trata del movimiento de carga positiva que llamamos corriente convencional. En la realidad los portadores de carga son los electrones.

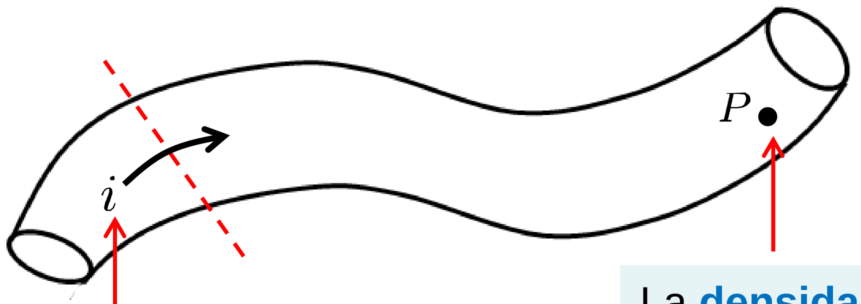
$$q = \int dq = \int_0^t i \; dt$$



OJO Hay conservación de la carga eléctrica y consecuentemente de la corriente eléctrica.



$$i_1 = i_2 + i_3$$



La **densidad de corriente** *J* se utiliza para determinar la corriente en un punto local del conductor.

la corriente *i* describe el flujo de carga por el conductor completo

densidad de corriente

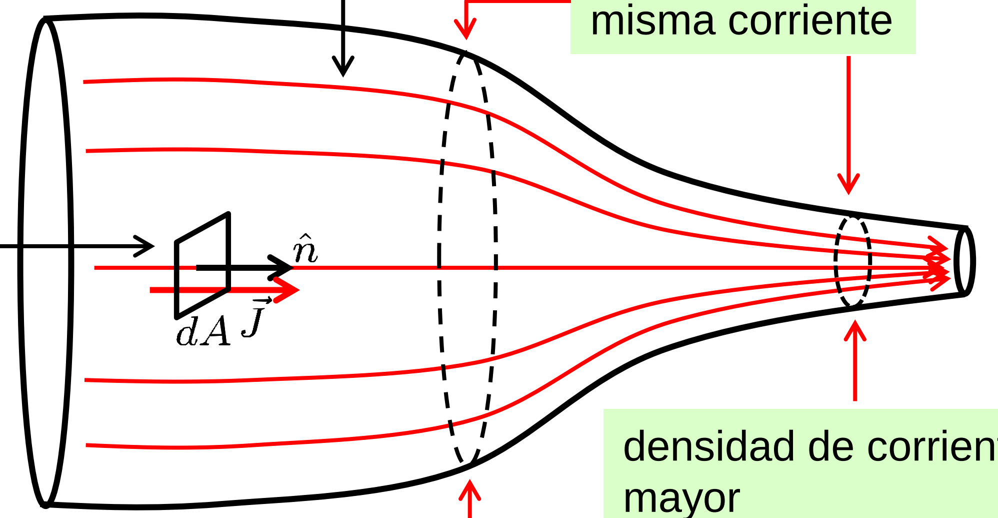
$$i = \int \vec{J} \cdot d\vec{A}$$

misma dirección que la corriente convencional

$$i = \int \vec{J} \cdot d\vec{A} = \int J \, dA \, \cos\theta$$

líneas de corriente ayudan a visualizar la densidad de corriente

misma corriente



densidad de corriente mayor

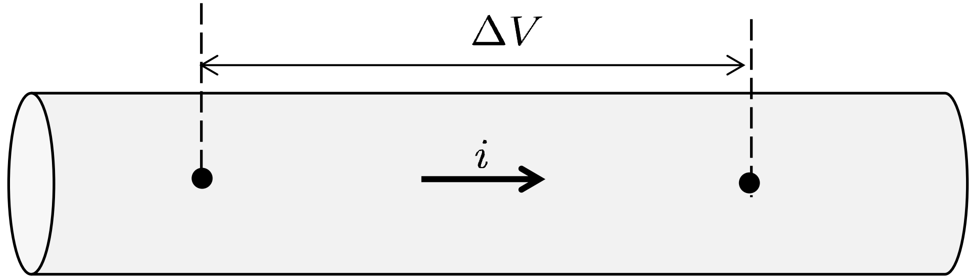
densidad de corriente menor

densidad de corriente uniforme

$$i = \int J \, dA = J \int dA = J \, A$$

$$J = \frac{i}{A} \quad \left[\frac{A}{m^2}\right]$$

Ley de Ohm



$$i \propto \Delta V$$

$$i = G\,\Delta V = \left(\frac{1}{\boxed{R}}\right)\Delta V$$

conductancia eléctrica
en siemens [S]

resistencia eléctrica
en ohmio [Ω]

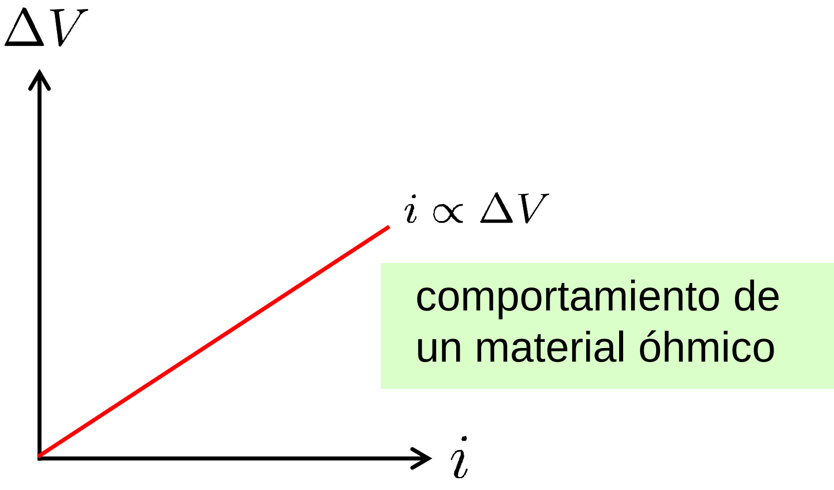
Resistencia eléctrica (R)

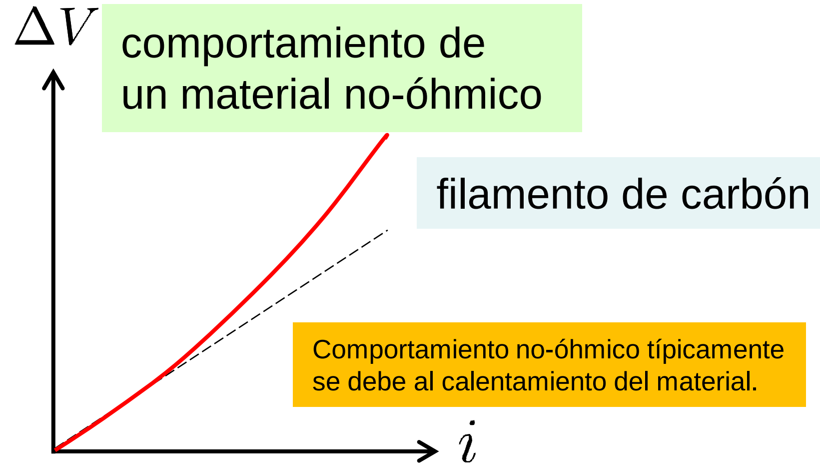
La resistencia eléctrica es una propiedad que tiene todo material a resistir el flujo de electrones. Se mide en ohmio, con el símbolo [Ω].

Ley de Ohm

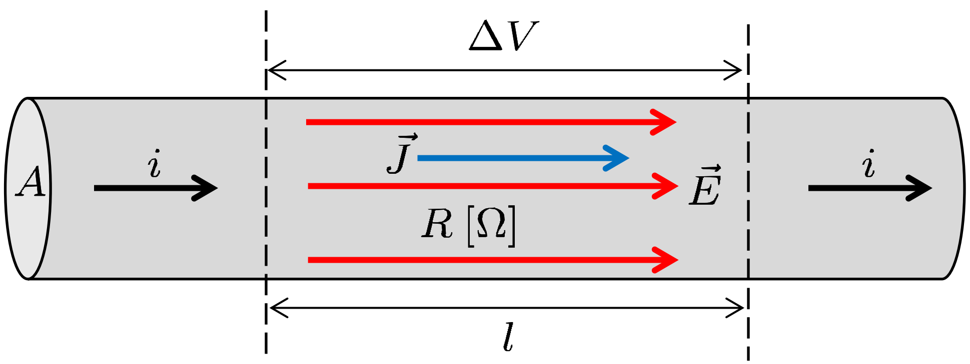
La corriente eléctrica es proporcional a la diferencia de potencial eléctrico (voltaje) entre dos puntos en el material y inversamente proporcional a la resistencia eléctrica.

$$\Delta V = V = i\,R$$





suponemos el siguiente material:



Resistividad (ρ) $\Rightarrow$

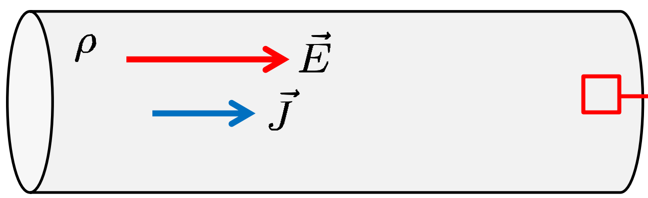
$$\rho = \frac{E}{J} = \frac{\Delta V / l}{i / A} = \underbrace{\left(\frac{\Delta V}{i} \right)}_{R} \frac{A}{l}$$

propiedad intrínseca del material

manipulando $\rightarrow$ $R = \rho \, \dfrac{l}{A}$

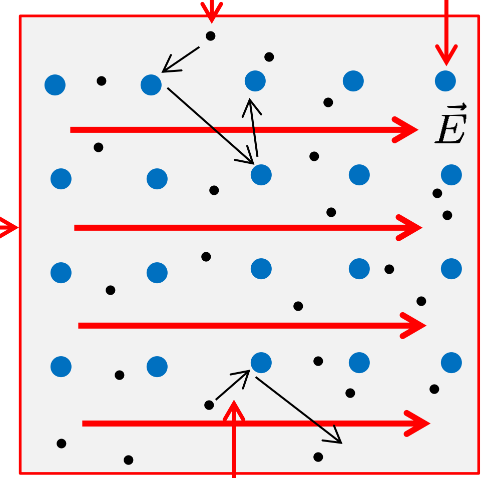
punto de vista microscópico

$$\rho = \frac{E}{J} \qquad \frac{[V/m]}{[A/m^2]} = \left[\frac{V}{A} m\right] = [\Omega\, m]$$



electrones

núcleos positivos



$V = R\, i$ ley de Ohm

$\vec{E} = \rho\, \vec{J}$ versión microscópica de la ley de Ohm

$$\vec{J} = \left(\frac{1}{\rho}\right) \vec{E} = \sigma\, \vec{E}$$

conductividad en mho/m $[\Omega m]^{-1}$

OJO

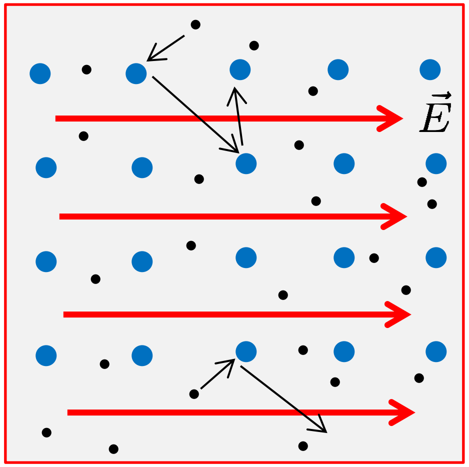
$$1\ \mathrm{mho} = \frac{1}{\Omega} = \frac{1}{\mathrm{ohm}}$$

La resistividad (o conductividad) depende de:

1. $v_{\mathrm{efec}} \approx 1.6 \times 10^6\ m/s$

2. la temperatura por la distribución de rapidez de Maxwell

3. tiempo τ entre las colisiones, depende de la densidad y v_{efec}



1. electrones van a acelerar por la F_e $\quad a = \frac{F}{m} = \frac{qE}{m} = \frac{eE}{m}$

2. van a acelerar hasta encontrar un núcleo positivo en un tiempo τ $\quad v_d = at = a\tau = \frac{eE}{m}\tau$

3. hemos visto que $J = (ne)\, v_d$

$$J = (ne)\frac{eE\tau}{m} \rightarrow E = \left(\frac{m_e}{e^2 n\tau}\right) J$$

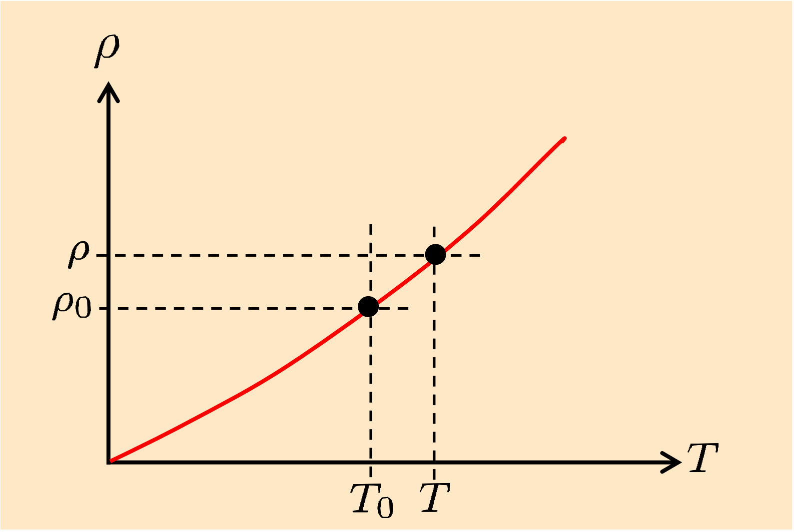
$$E = \rho\, J$$

resistividad $\rho = \frac{m_e}{e^2\, n\, \boxed{\tau}}$ → depende de la temperatura

si $T\downarrow \longrightarrow v_{\text{efec}}\downarrow \longrightarrow \tau\uparrow \longrightarrow \rho\downarrow$

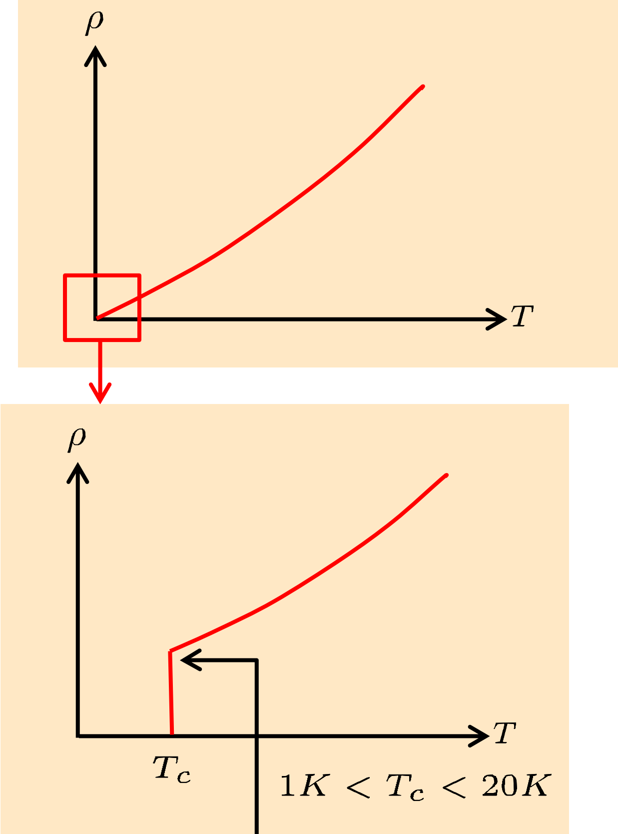
$$\rho - \rho_0 = \rho_0 \alpha (T - T_0)$$

coeficiente de temperatura de la resistividad



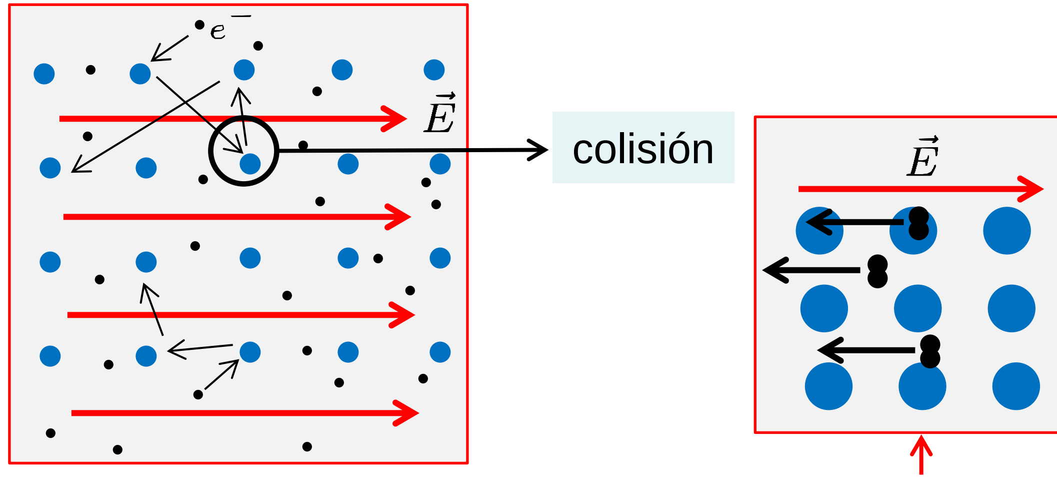
Superconductividad

si $T \downarrow \longrightarrow v_{\text{efec}} \downarrow \longrightarrow \tau \uparrow \longrightarrow \rho \downarrow$



A una **temperatura menor** que una **temperatura crítica** algunos materiales **pierden** completamente su **resistencia** eléctrica, cambia en un **superconductor** y demuestra **superconductividad**, un **efecto de la mecánica cuántica**.

OJO La resistencia eléctrica es una propiedad que tiene todo material a resistir el flujo de electrones. Se debe a las colisiones de los electrones contra los núcleos positivos.



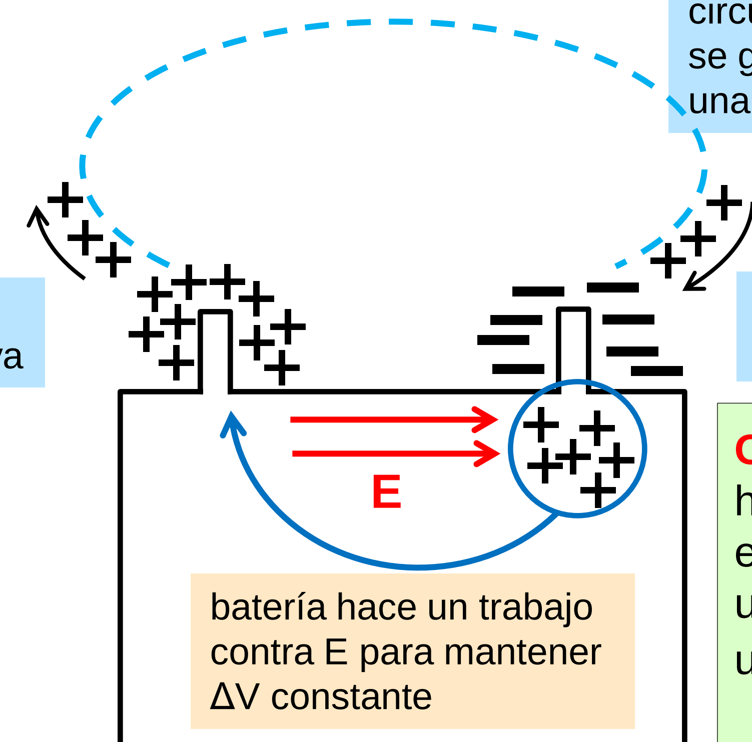
Los electrones y los núcleos son **fermiones**, que según el principio de exclusión de Pauli, dos partículas no pueden ocupar el mismo espacio. Pero, según la teoría de Bardeen, Cooper, y Schrieffer (**BCS**) a una temperatura menor que T_c se desarrolla un **acoplamiento cuántico** entre **pares** de electrones (**pares de Cooper)**, cambiando su comportamiento a lo de los **bosones**, que pueden ocupar más o menos el mismo espacio que los núcleos de tal manera que **no existe más** esa interacción electrón-núcleo. Entonces los electrones fluyen **sin ninguna resistencia**.

Fuerza electromotriz, Energía y Trabajo

Un **dispositivo fuerza electromotriz** (FEM) o EMF (electromotive force) es un dispositivo que **mantiene** una **diferencia de potencial** entre un par de **terminales**.

circuito: trayectoria donde se genera un campo E y una corriente

removiendo carga positiva

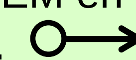


añadiendo carga positiva

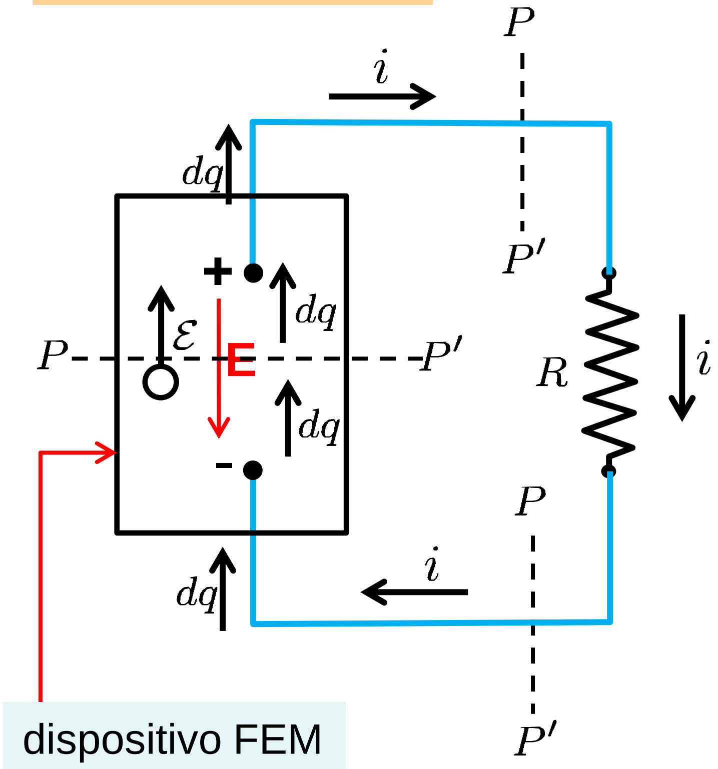
dispositivo FEM

OJO Se pensaba que la batería tenía que hacer una fuerza que llamaron fuerza electromotriz (FEM). La batería no ejerce una fuerza, pero hace un trabajo por unidad de carga que llamamos un FEM.

$$FEM = \mathcal{E} = \frac{dW}{dq}$$

Símbolo de un FEM en un circuito eléctrico. 

Análisis energético



$i = \frac{dq}{dt}$ en cualquier sección P-P’

El dispositivo FEM tiene que hacer un trabajo sobre la carga *dq* para moverla contra el campo E del terminal negativo al terminal positivo.

fuerza electromotriz ⇒ $\dfrac{\text{trabajo que hace el dispositivo FEM}}{\text{unidad de carga}}$ ⇒

$$\mathcal{E} = \frac{dW}{dq} \quad \left[\frac{J}{C}\right] \rightarrow [V]$$

- tiene dirección del terminal – al terminal +
- existe solamente adentro de un dispositivo FEM

dispositivo FEM ideal $\Rightarrow$ dispositivo FEM que no tiene resistencia interna

voltaje en los terminales $\rightarrow \Delta V = \mathcal{E}$

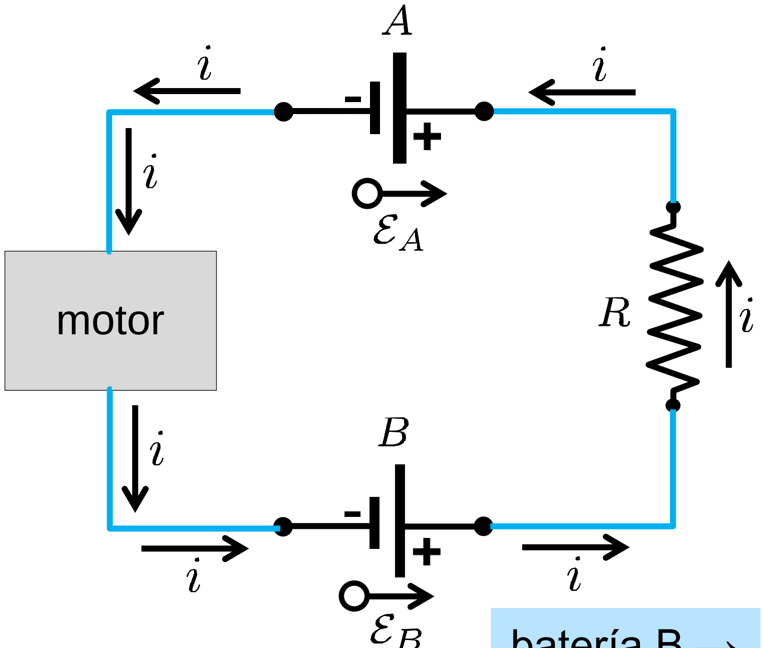
OJO En un dispositivo FEM real:

$$si\ i = 0 \ \rightarrow \ V_{term} = \mathcal{E}$$

$$si\ i \neq 0 \ \rightarrow \ V_{term} < \mathcal{E}$$

$\mathcal{E}_{\text{baterías de plomo-ácido}}$ = 2.3 V por celda

Cargar o descargar un dispositivo FEM



$\mathcal{E}_B > \mathcal{E}_A$ *i* es en la dirección de $\mathcal{E}_B$

si $\overset{\mathcal{E}}{\circ\!\!\longrightarrow}$, $\underset{i}{\longrightarrow}$ descargando: energía química a eléctrica

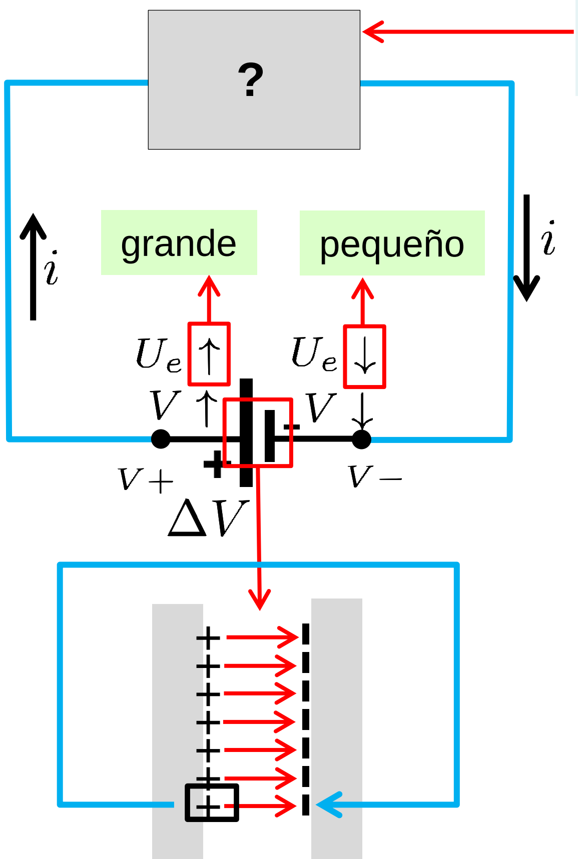
si $\overset{\mathcal{E}}{\circ\!\!\longrightarrow}$, $\underset{i}{\longleftarrow}$ cargando: energía eléctrica a química

batería B $\rightarrow$ energía química $\Rightarrow$ energía eléctrica

- energía térmica en R
- energía química en batería A
- energía mecánica en motor

Potencia en un circuito eléctrico

aparato desconocido



OJO La carga positiva se mueve del lado positivo al lado negativo neutralizando la carga de los terminales, la batería tiene que hacer un trabajo para mantener el campo eléctrico y la diferencia de potencial eléctrico.

$$i = \frac{dq}{dt} \;\; \rightarrow \;\; dq = i dt$$

$$dU_e = dq \, \Delta V = i dt \, \Delta V$$

cambio de U_e a mover carga de un lado a otro

taza de cambio de U_e

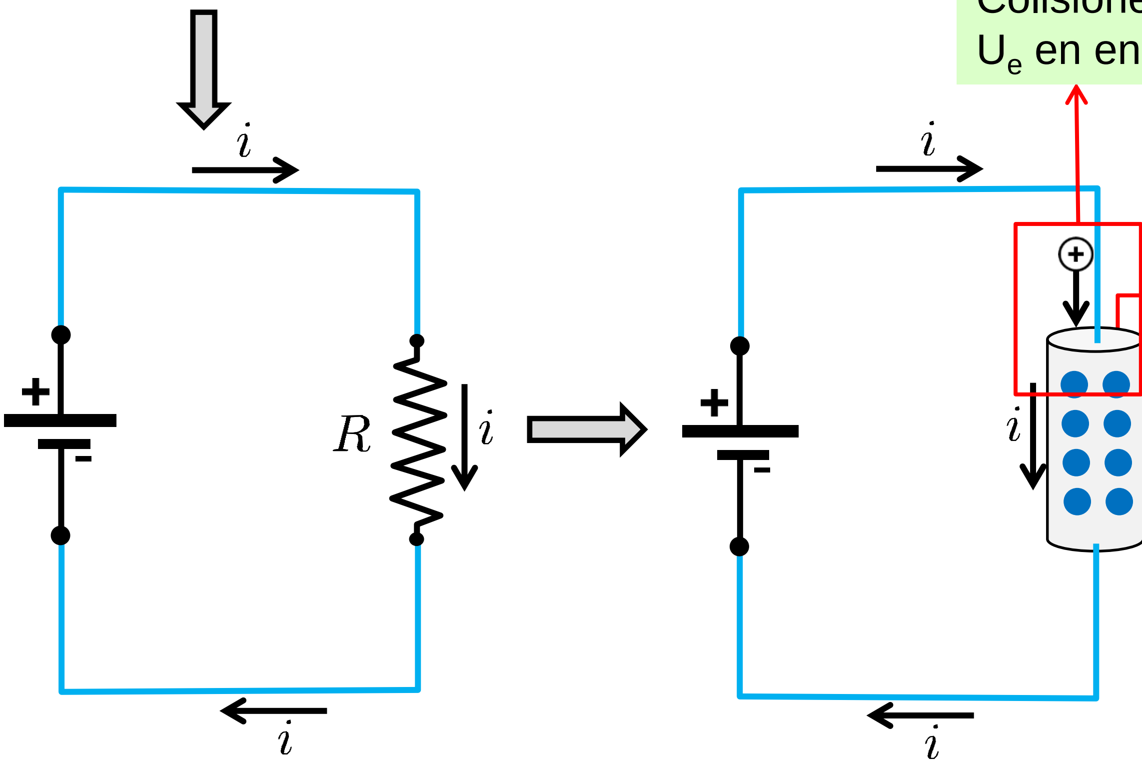
$$\frac{dU_e}{dt} = P_e = i \, \Delta V \quad \left[\frac{C}{s}\right]\left[\frac{J}{C}\right] = \left[\frac{J}{s}\right] = [W]$$

potencia eléctrica

OJO **i ΔV** representa cuan **rápido** hay **conversión** de **energía potencial eléctrica** a **otra forma** de energía.

mecánica o calor

Si el aparato desconocido consiste de una resistencia:



Colisiones convierte U_e en energía térmica.

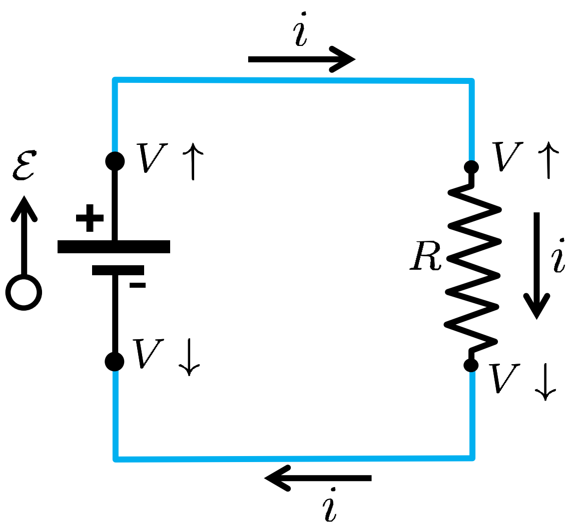
núcleos positivos

$$R = \frac{\Delta V}{i} \rightarrow \Delta V = iR$$

$$P_e = i\Delta V = i(iR) = i^2 R$$

cuan rápido hay conversión de U_e en energía térmica

Análisis de Circuito: lazo simple



Queremos obtener la corriente en el circuito:

- utilizar la **ley** de **conservación** de **energía**
- utilizar que por una **fuerza conservativa** el **trabajo** (relacionado a diferencia de potencial) por una **trayectoria cerrada** es **cero**.

Punta de vista energético

resistencia: energía eléctrica → térmica

$$P = \frac{dU_e}{dt} = i^2 R \;\rightarrow\; dU_e = -i^2 R\, dt$$

batería: trabajo para mover una carga *dq* en la batería aumenta la energía eléctrica

$$\mathcal{E} = \frac{dW}{dq} \;\rightarrow\; dW = \mathcal{E}\, dq = \mathcal{E} i\, dt = dU_e$$

$\Rightarrow$

$$dU_e = dW$$

$$i^2 R\, dt = \mathcal{E} i\, dt$$

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R}$$

Punta de vista potencial eléctrico

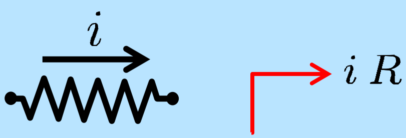
Ley de Kirchhoff de voltajes (ley del lazo):

La **suma algebraica** de los **cambios** de los **potenciales eléctricos (ΔV)** en una **travesía completa** de un **lazo** es igual a **cero**.

OJO El lazo define la dirección donde uno analiza los elementos del circuito.

Los *ΔV* se determinan como lo siguiente:

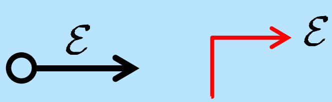
- **resistencia**



lazo → ΔV es (-) [U_e disminuye]

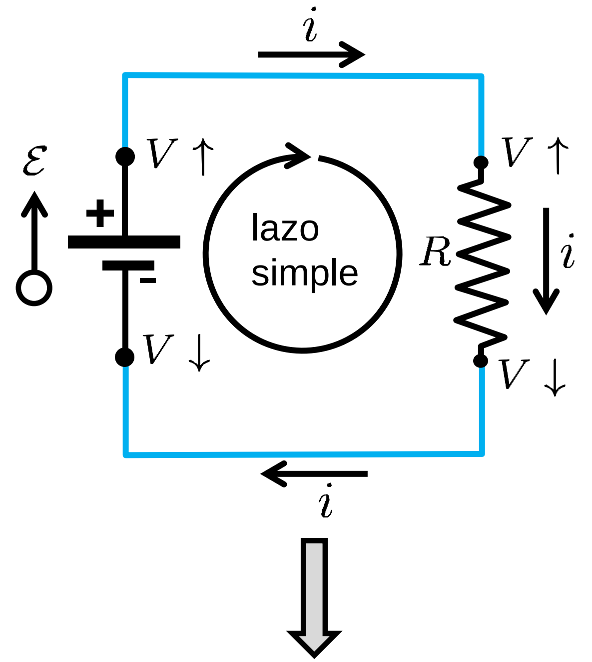
lazo ← ΔV es (+) [U_e aumenta]

- **FEM**



lazo → ΔV es (+)

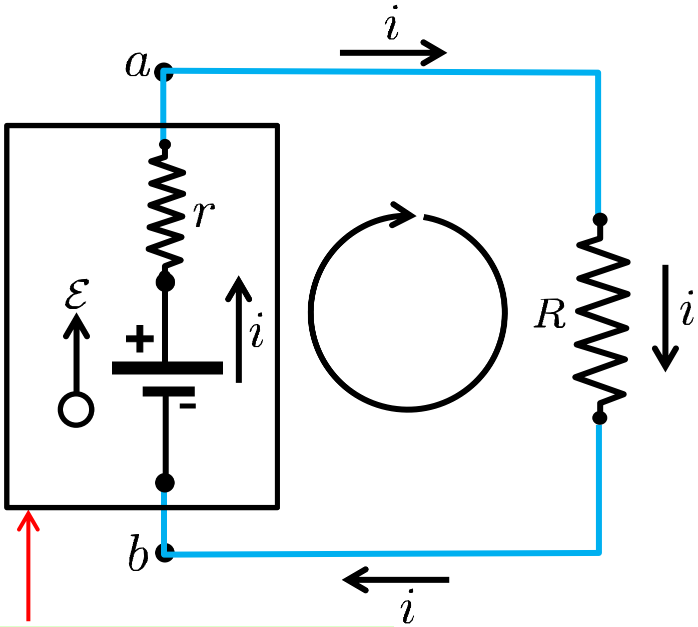
lazo ← ΔV es (-)



$$+\mathcal{E} - i\,R = 0$$

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R}$$

otro ejemplo:



dispositivo FEM real

$$\mathcal{E} - i\,r - i\,R = 0$$

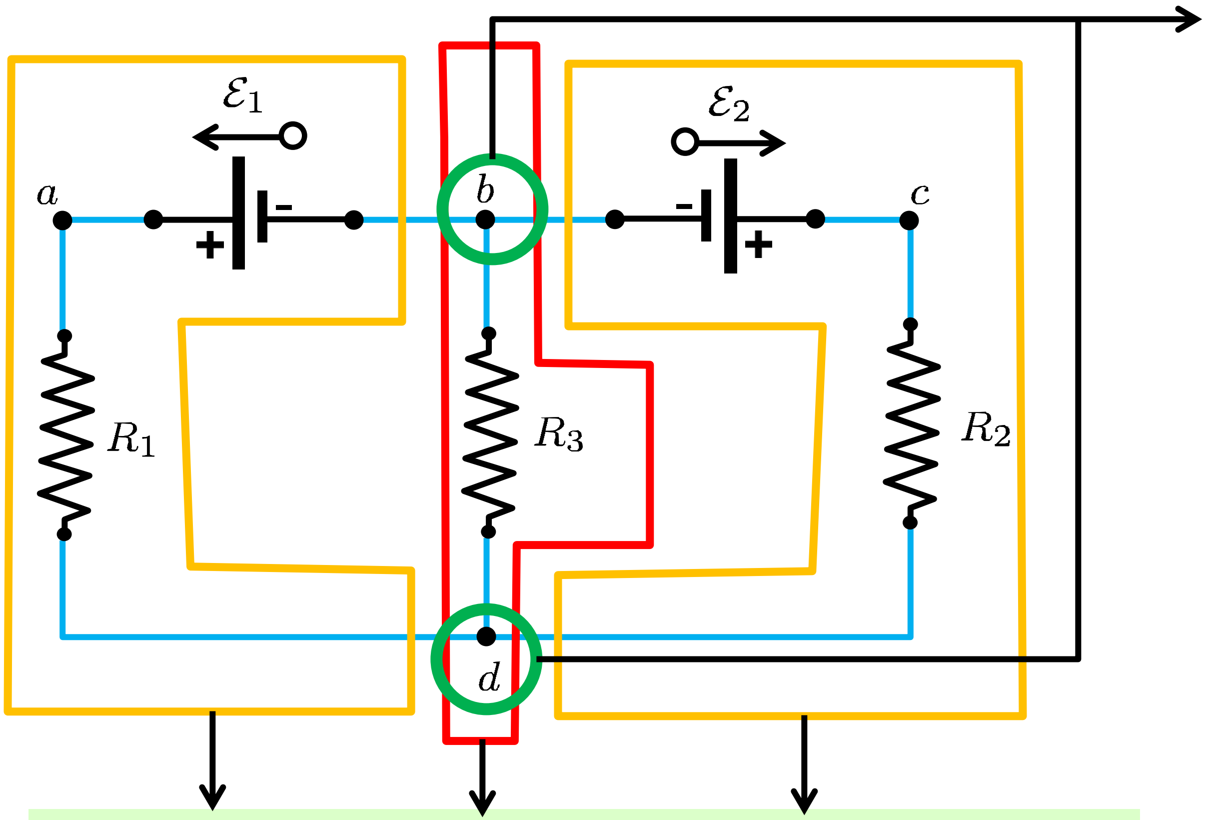
$$i = \frac{\mathcal{E}}{r+R}$$ por dispositivo FEM ideal → r = 0 $$\rightarrow \; i = \frac{\mathcal{E}}{R}$$

¿Cuánto es la diferencia de potencial eléctrico entre a y b?

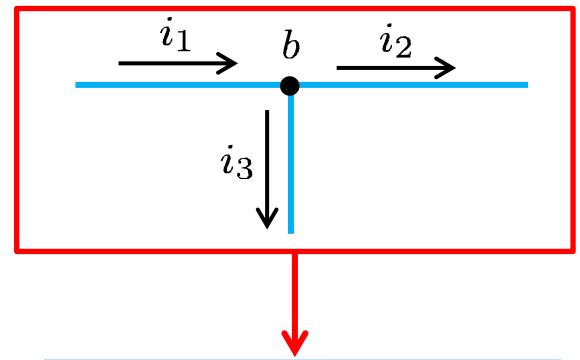
$$\underbrace{\boxed{\mathcal{E} - i\,r}}_{\Delta V_{b\to a}} \underbrace{\boxed{- i\,R}}_{\Delta V_{a\to b}} = 0$$

$$\Delta V_{b\to a} \qquad \Delta V_{a\to b} = -\frac{\mathcal{E}}{r+R}R$$

Análisis de Circuito: lazos múltiples



Nodos → Puntos donde la corriente se divide.



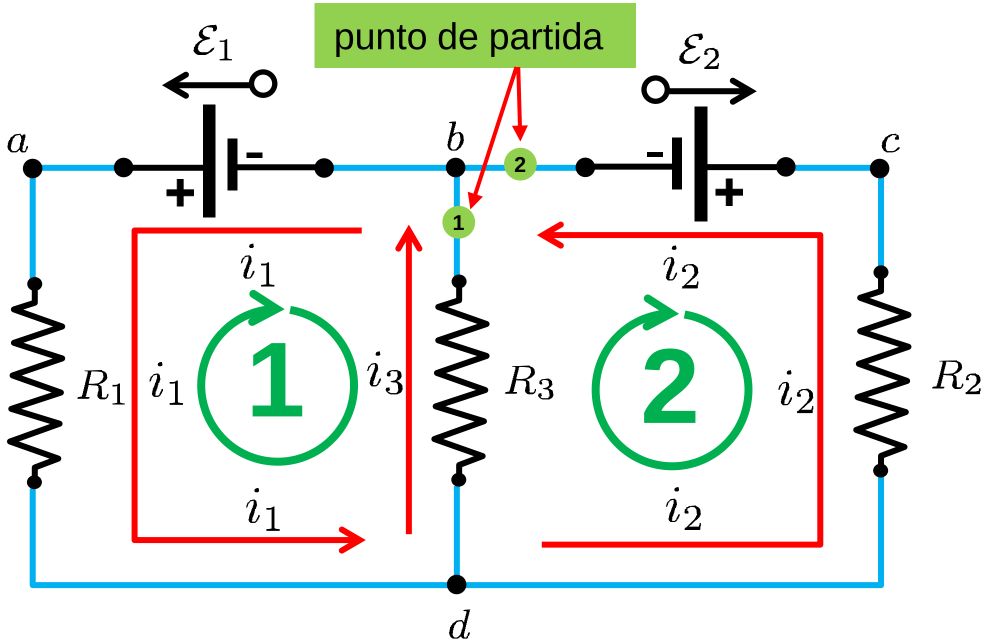
conservación de la carga eléctrica

Ramas → Segmentos del circuito donde hay solamente **una** corriente. Las ramas tienen típicamente corriente diferente: i_1, i_2, i_3, etc.

Ley de Kirchhoff para corriente (ley de los nodos)

Suma de las corrientes entrando un nodo = suma de las corrientes saliendo del nodo.

$$i_1 = i_2 + i_3$$



Estrategia para calcular i_1, i_2, y i_3

1. Suponer una corriente con una dirección en cada rama.

2. Utilizar la ley de los nodos.

$$i_2 + i_3 = i_1$$

3. Utilizar suficientes lazos cerrados en el circuito para que se atraviesa cada elemento del circuito por lo menos una vez. No importa la dirección del lazo.

4. Utilizar la ley de los lazos y de los nodos para generar tantos ecuaciones lineales como hay corrientes desconocidos.

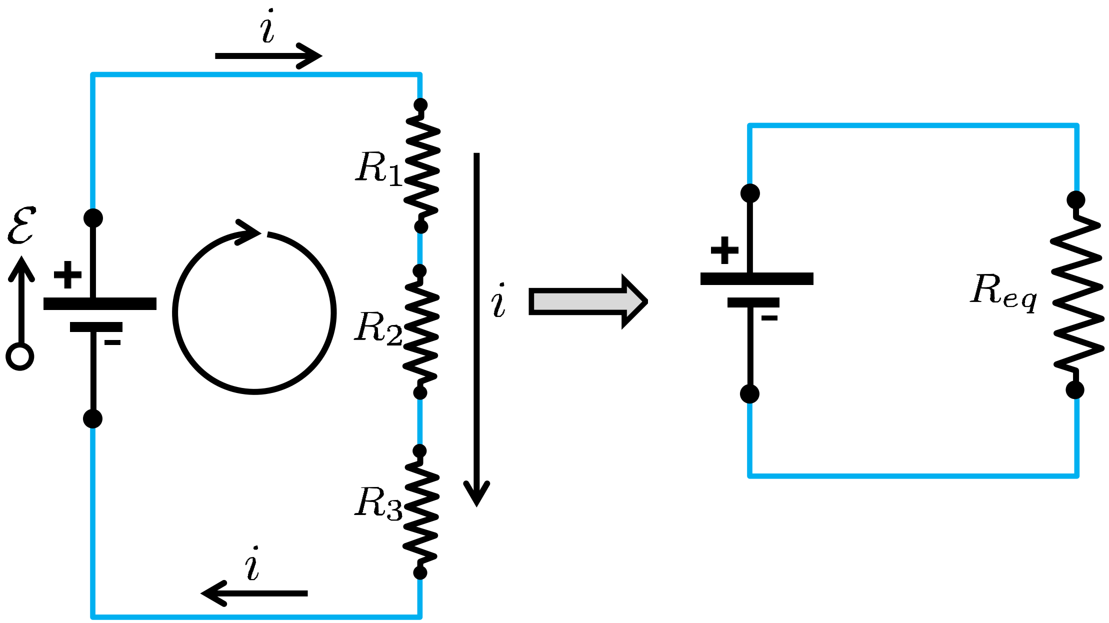
$$nodo\, d \;\rightarrow\; i_1 = i_2 + i_3$$
$$lazo\, 1 \;\rightarrow\; +i_3 R_3 + i_1 R_1 - \mathcal{E}_1 = 0$$
$$lazo\, 2 \;\rightarrow\; +\mathcal{E}_2 + i_2 R_2 - i_3 R_3 = 0$$

5. Resolver algebraicamente las ecuaciones lineales. Si resulta que la corriente es negativa, invertir la dirección en el circuito.

Resistencia en serie y en paralelo

resistencia en serie

misma corriente en todas las resistencias



$$+\mathcal{E} - iR_1 - iR_2 - iR_3 = 0$$

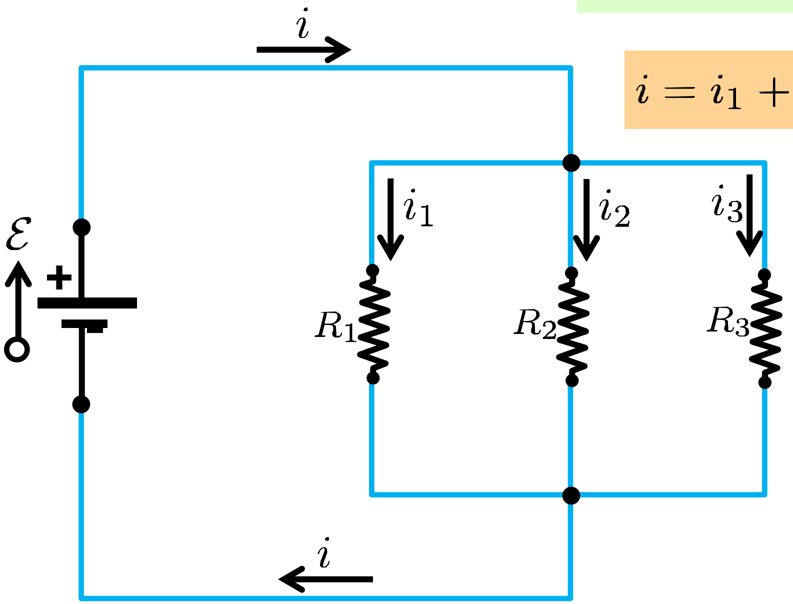
$$i = \frac{\mathcal{E}}{\underbrace{\boxed{R_1 + R_2 + R_3}}_{R_{eq}}} = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq}}$$

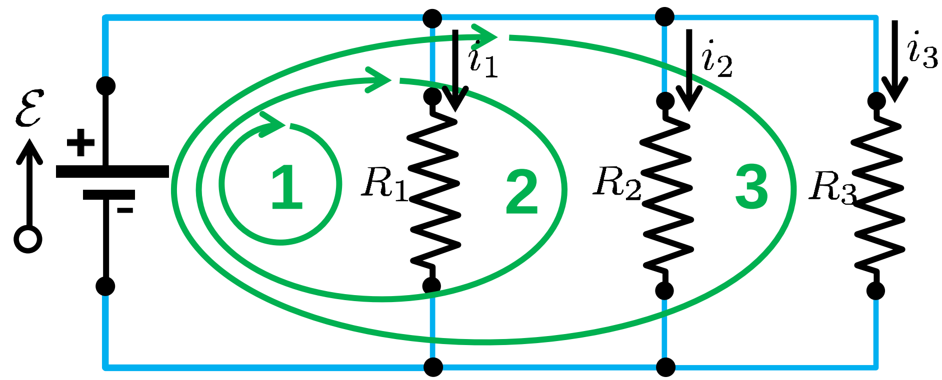
$$R_{eq} = \sum_{i}^{n} R_i$$

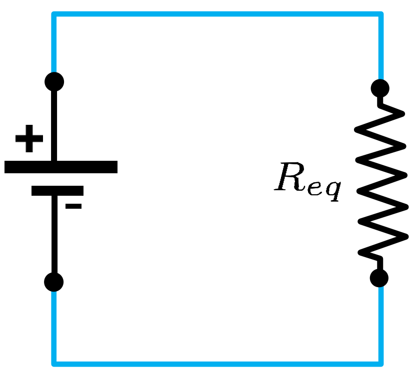
resistencia en paralelo

diferente corriente en las resistencias

$i = i_1 + i_2 + i_3$







$$lazo\,1 \;\rightarrow\; \mathcal{E} - i_1 R_1 = 0 \;\rightarrow\; i_1 = \frac{\mathcal{E}}{R_1}$$

$$lazo\,2 \;\rightarrow\; \mathcal{E} - i_2 R_2 = 0 \;\rightarrow\; i_2 = \frac{\mathcal{E}}{R_2}$$

$$lazo\,3 \;\rightarrow\; \mathcal{E} - i_3 R_3 = 0 \;\rightarrow\; i_3 = \frac{\mathcal{E}}{R_3}$$

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R_1} + \frac{\mathcal{E}}{R_2} + \frac{\mathcal{E}}{R_3}$$

$$i = \mathcal{E}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq}}$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \qquad \frac{1}{R_{eq}} = \sum_{i}^{n} \frac{1}{R_i}$$