Energía potencial eléctrica y el potencial eléctrico

Energía potencial eléctrica

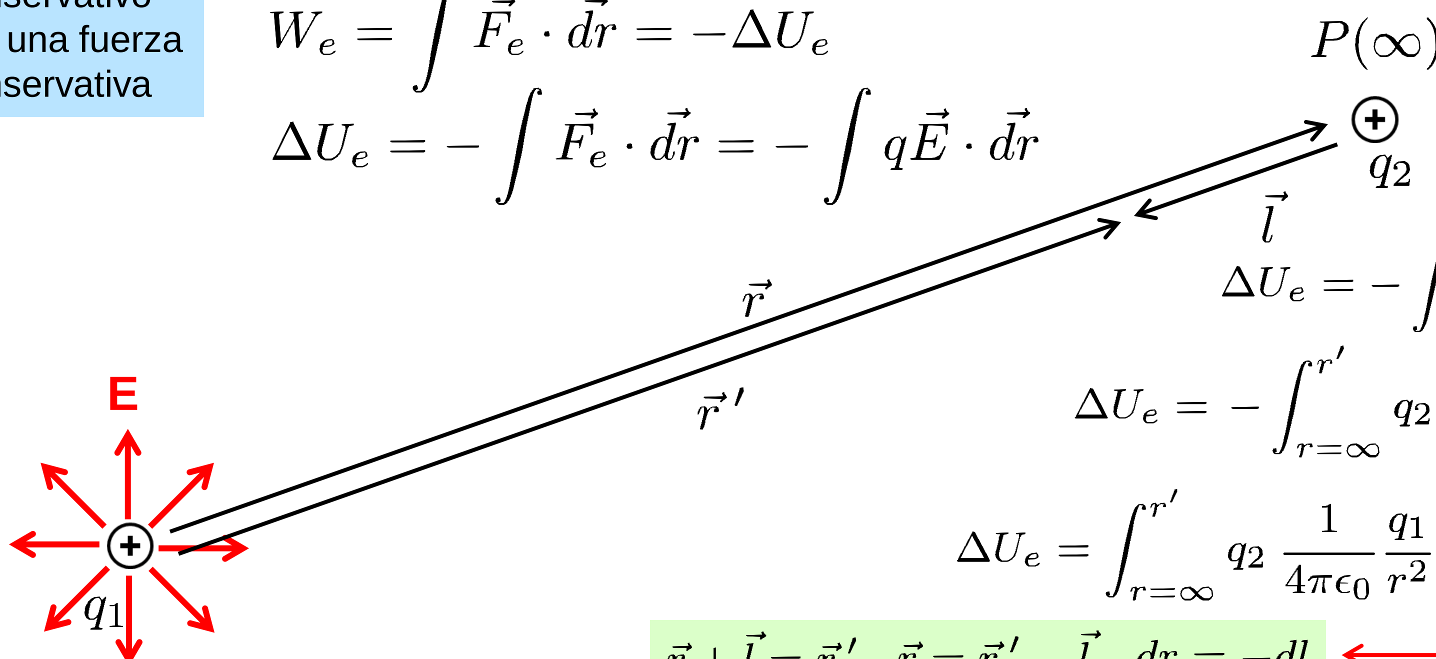
$W_c = -\Delta U_c$ semestre pasado

trabajo conservativo por una fuerza conservativa

energía potencial

$$W_e = \int \vec{F}_e \cdot d\vec{r} = -\Delta U_e$$

$$\Delta U_e = -\int \vec{F}_e \cdot d\vec{r} = -\int q\vec{E} \cdot d\vec{r}$$



$$\Delta U_e = -\int_{r=\infty}^{r'} q_2 \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$\Delta U_e = -\int_{r=\infty}^{r'} q_2\, E\, dl \cos 180^\circ$$

-1

$$\Delta U_e = \int_{r=\infty}^{r'} q_2 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r^2} \boxed{dl}$$

$\vec{r} + \vec{l} = \vec{r}\,'$ $\quad \vec{r} = \vec{r}\,' - \vec{l}$ $\quad dr = -dl$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r^2}$$

$$\Delta U_e = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} q_1\, q_2 \int_{r=\infty}^{r'} \frac{1}{r^2}\, dr$$

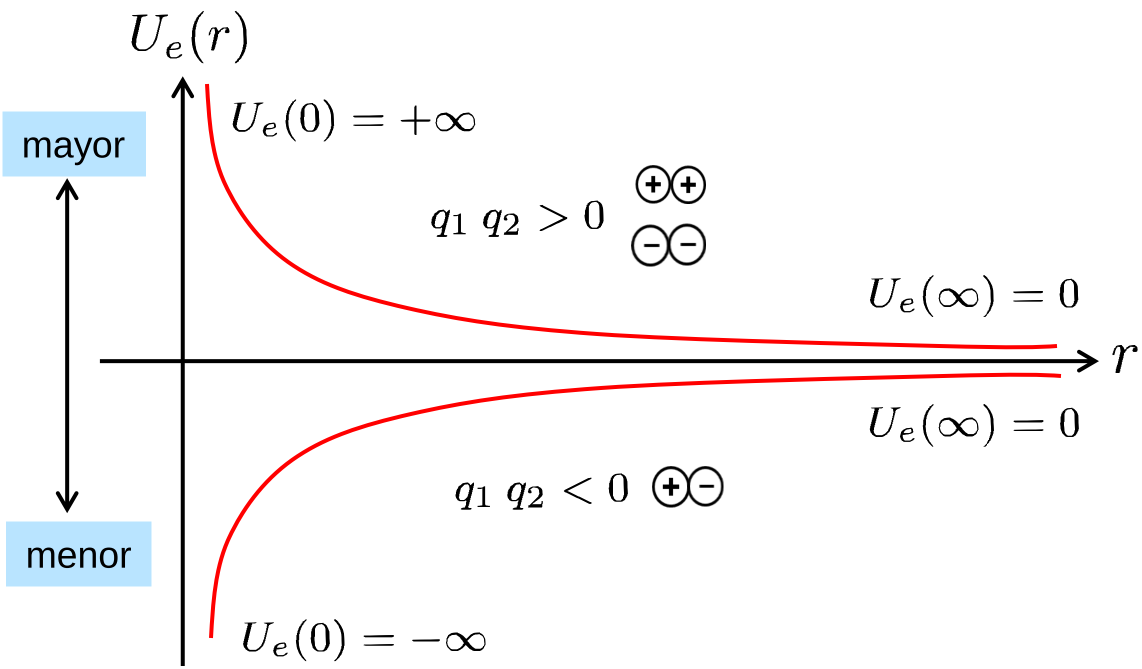
$$\Delta U_e = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} q_1\, q_2 \left[-\frac{1}{r}\right]_{r=\infty}^{r'}$$

$$U_e(r') - \boxed{U_e(\infty)} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} q_1\, q_2 \left[\frac{1}{r'} - \frac{1}{\infty}\right]$$

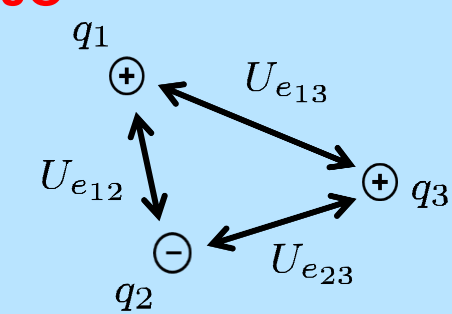
definirlo como igual a cero

OJO La energía potencial eléctrica $U_e(r)$ tiene que ver con el trabajo (por una fuerza aplicada o F_e) a mover 2 o más cargas inicialmente infinitamente separadas a una cierta separación r.

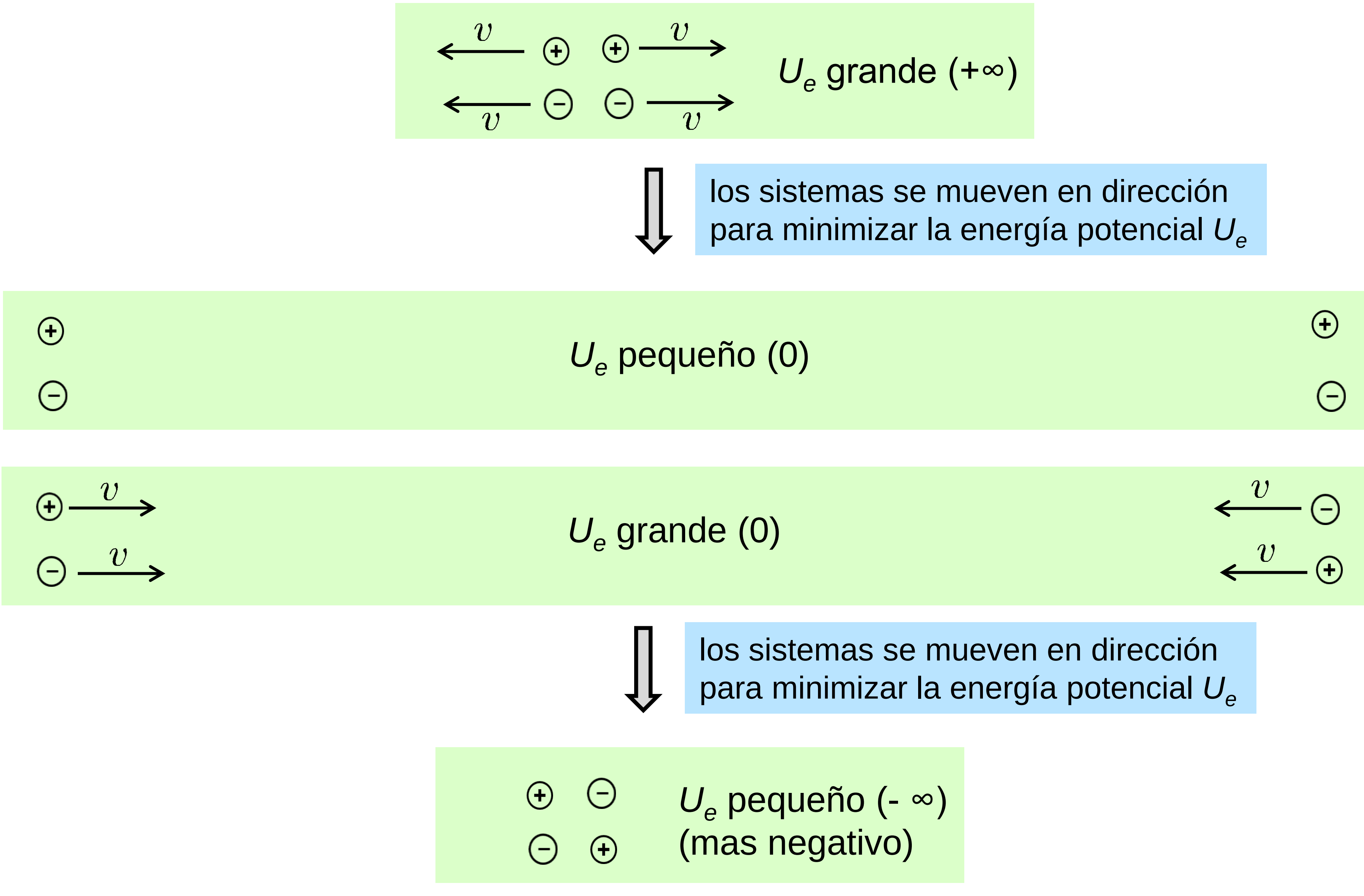
$$U_e(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1\, q_2}{r}$$ energía potencial eléctrica definida entre **pares** de cargas



OJO



$$U_e = U_{e12} + U_{e13} + U_{e23}$$



v
v
v
v
U_e grande (+∞)
los sistemas se mueven en dirección
para minimizar la energía potencial U_e
U_e pequeño (0)
v
v
v
v
U_e grande (0)
los sistemas se mueven en dirección
para minimizar la energía potencial U_e
U_e pequeño (- ∞)
(mas negativo)

OJO El concepto de la **energía potencial eléctrica** no es tan practico, **depende** de la **carga que establece el campo** y la **carga que se mueve**. Introducimos otro concepto relacionado a U_e pero **mas practico**: **potencial eléctrico**. ¿Por qué mas practico?

Analogía a los fluidos: una partícula de fluido se mueve debido a una diferencia de presión entre 2 puntos.

En electricidad: una carga se mueve debido a una diferencia de potencial eléctrico entre 2 puntos.

definido en término de infinito

Potencial eléctrico

Potencial eléctrico (V) ⇒

$$V = \frac{\Delta U_e}{q_0} = \frac{U_e}{q_0} \left[\frac{J}{C}\right] = \frac{-W_{\infty \to P}}{q_0}$$

- cantidad escalar
- depende solamente de la carga que establece el campo

carga que se mueve

voltio [V]

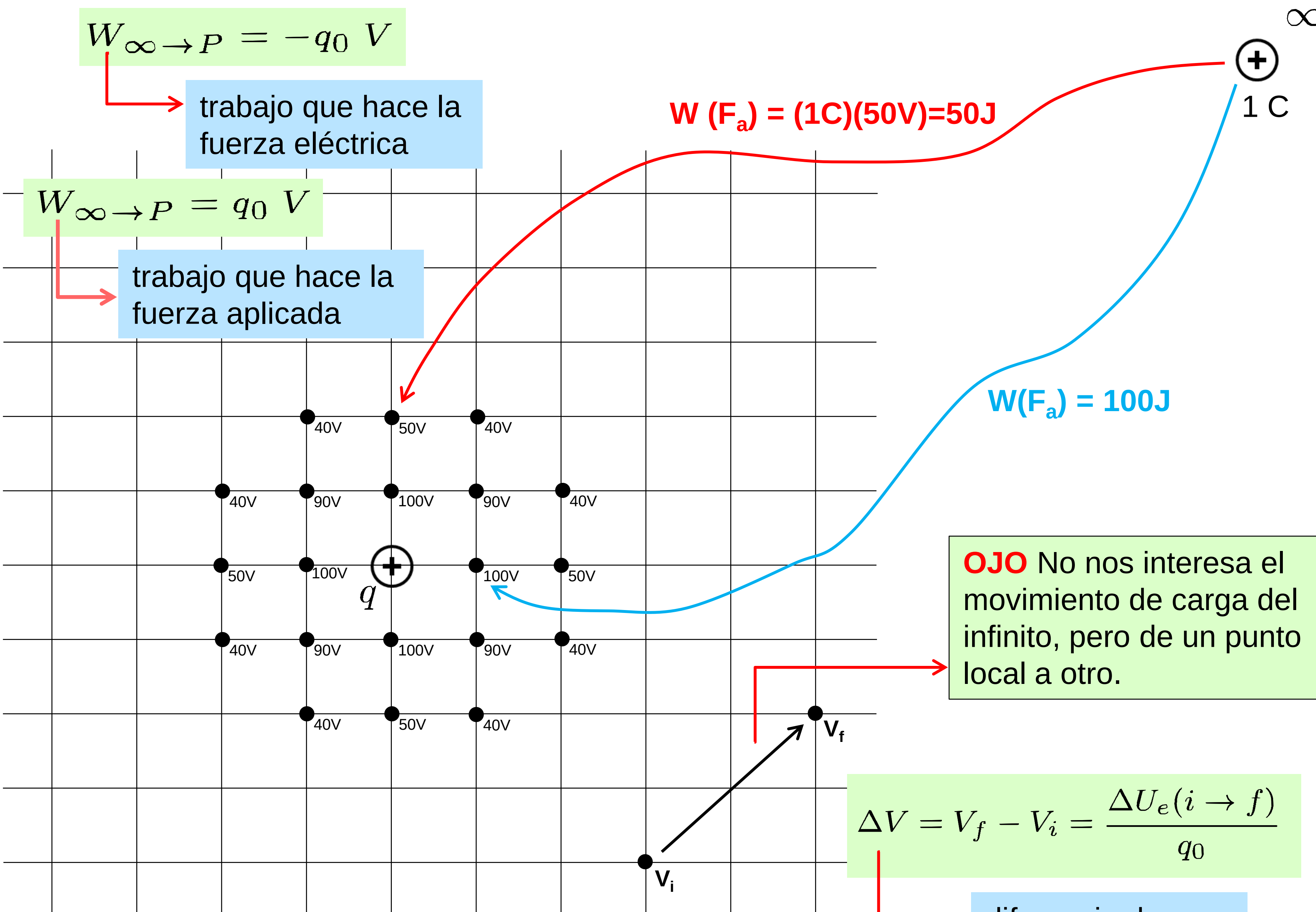
OJO El **potencial eléctrico** en un **punto** del espacio es el **trabajo/unidad de carga** que hace una **fuerza aplicada** (o el – del W para el E) para mover una **carga positiva** del **infinito** a ese **punto**.

$$W_{\infty \to P} = -q_0\ V$$

trabajo que hace la fuerza eléctrica

$$W_{\infty \to P} = q_0\ V$$

trabajo que hace la fuerza aplicada



OJO No nos interesa el movimiento de carga del infinito, pero de un punto local a otro.

$$\Delta V = V_f - V_i = \frac{\Delta U_e(i \to f)}{q_0}$$

diferencia de potencial eléctrico

Diferencia de potencial eléctrico

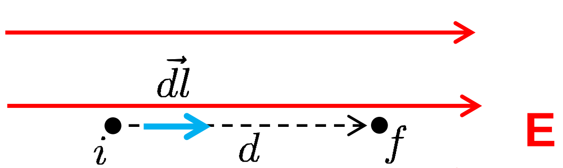
$$\boxed{\Delta V} = V_f - V_i = \frac{\Delta U_e(i \to f)}{q_0} = \frac{-W_{i\to f}}{q_0} \quad \Rightarrow \quad W_{i\to f} = -q_0\,\Delta V$$

también se llama voltaje

$$\Delta V = -\frac{1}{q_0}\int_i^f q_0 \vec{E}\cdot d\vec{l} = \boxed{-\int_i^f \vec{E}\cdot d\vec{l}}$$

OJO Se llama una **integral de línea**. Como la **fuerza eléctrica** es **conservativa** el **trabajo depende** solamente de los **puntos iniciales y finales** pero se requiere una **trayectoria** (cualquiera) para **evaluar** la **integral**.

ejemplo



$$\Delta V = -\int_i^f \vec{E}\cdot d\vec{l}$$

$$= -\int_i^f E\,dl\,\cos 0^\circ = -E\int_i^f dl$$

$$\Delta V = -E\,d$$

OJO El campo eléctrico también tiene unidades de V/m por $E = \dfrac{\Delta V}{d}$

Determinar el potencial eléctrico y equipotenciales

Potencial eléctrico de cargas puntuales

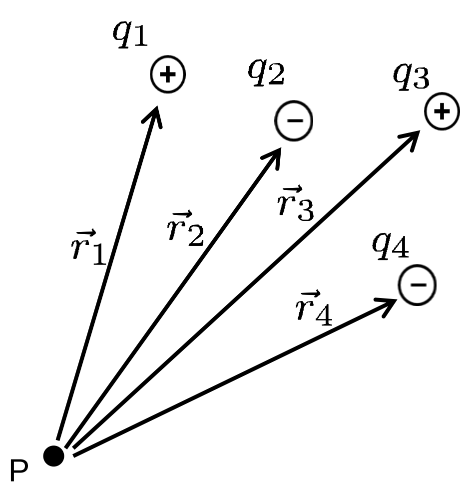
hemos visto $\Delta U_e(\infty \to r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q\,q_0}{r}$

$$V = \frac{\Delta U_e}{q_0} \Rightarrow V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r}$$

potencial eléctrico de una carga puntual

- cantidad escalar
- puede ser positivo o negativo dependiendo de la carga q

Sistema de cargas puntuales



$$V_P = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_i}{r_i}$$

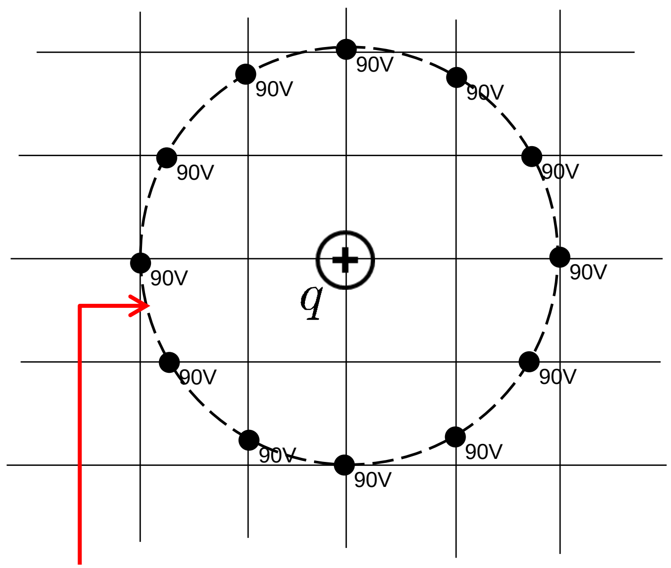
$$V_P = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} + \frac{q_3}{r_3} + \frac{q_4}{r_4}\right)$$

suma algebraica

Líneas equipotenciales

Líneas equipotenciales

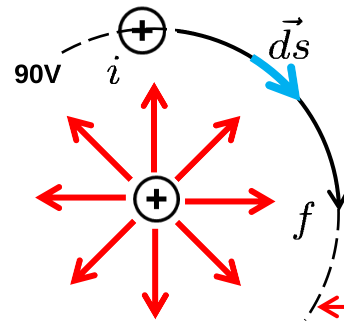
Conjunto de puntos en el espacio con el mismo potencial eléctrico formando líneas o superficies.



línea equipotencial

$$W_{i\to f} = -q_0\,\Delta V$$

$$W_{i\to f} = 0$$



línea equipotencial

$$W_{i\to f} = q_0 \int_i^f \vec{E}\cdot\vec{ds} = 0$$

$\neq 0$

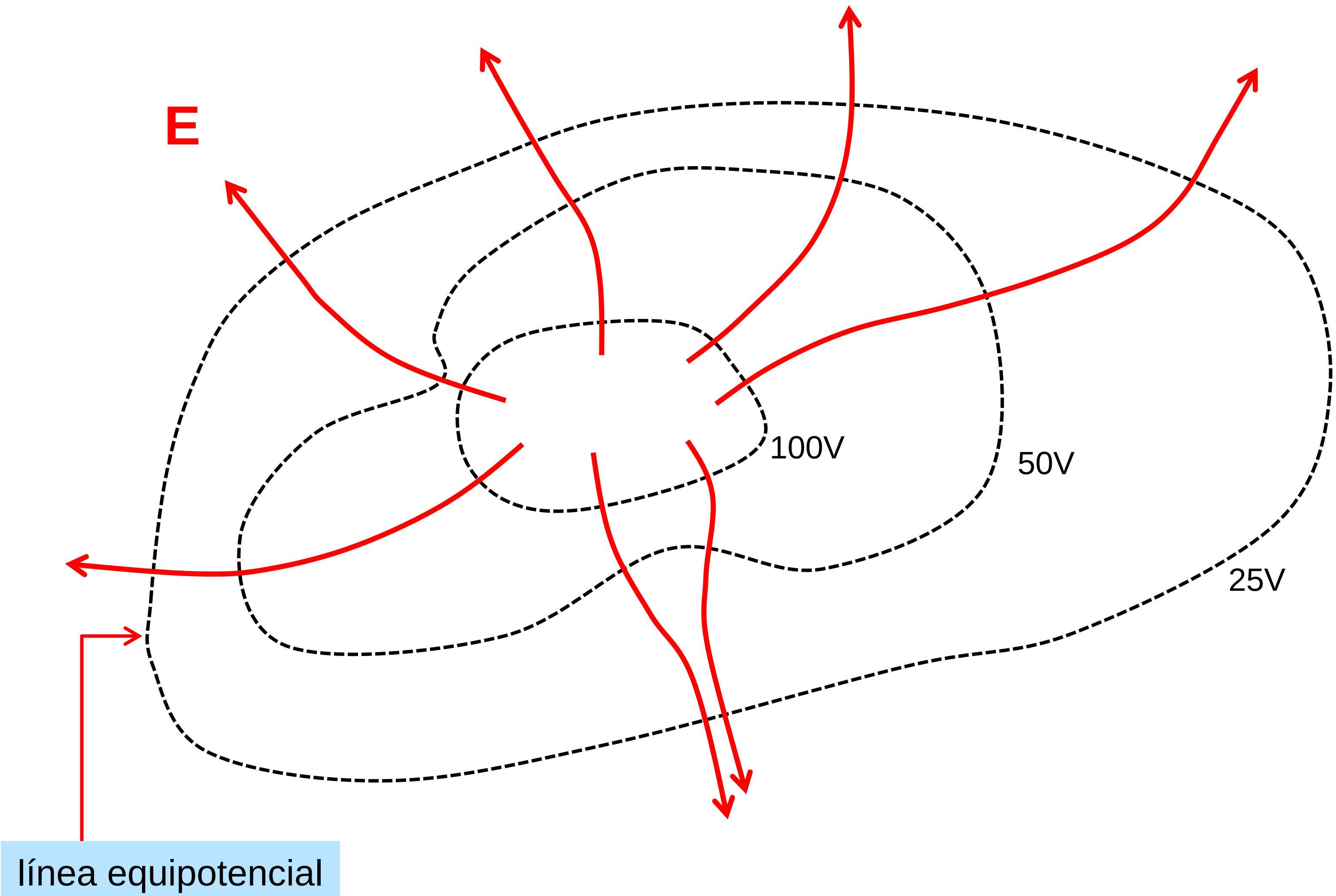
$\neq 0$

$$\vec{E}\cdot\vec{ds} = 0$$

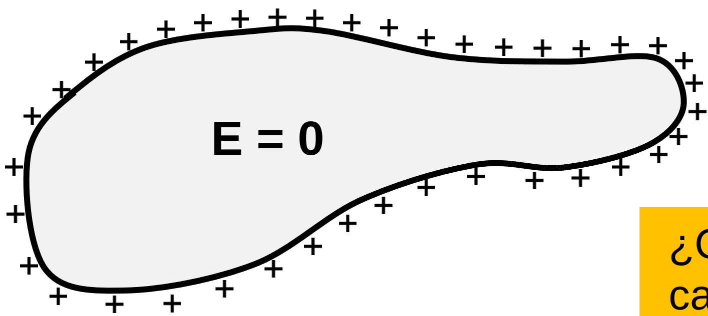
$$E\,ds\,\cos\theta = 0$$

$$\cos\theta = 0 \to \theta = 90^\circ$$

campo eléctrico E $\perp$ líneas equipotenciales


E
100V
50V
25V
línea equipotencial

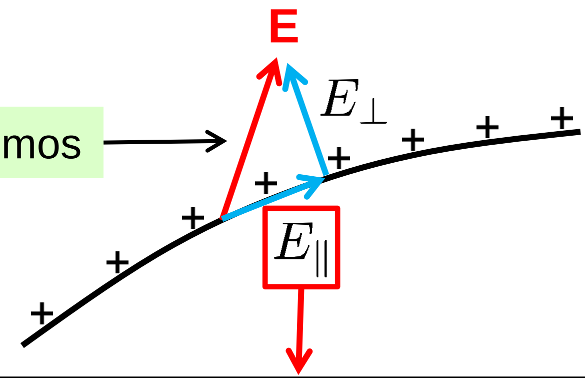
Potencial eléctrico y diferencia de potencial en un conductor

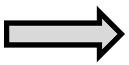


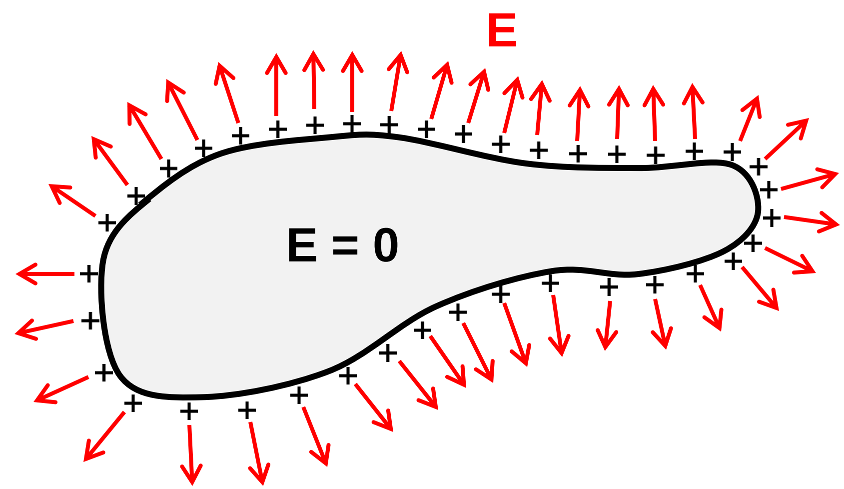
hemos visto $E = \dfrac{\sigma}{\epsilon_0}$

¿Qué dirección tiene el campo cerca de la superficie?

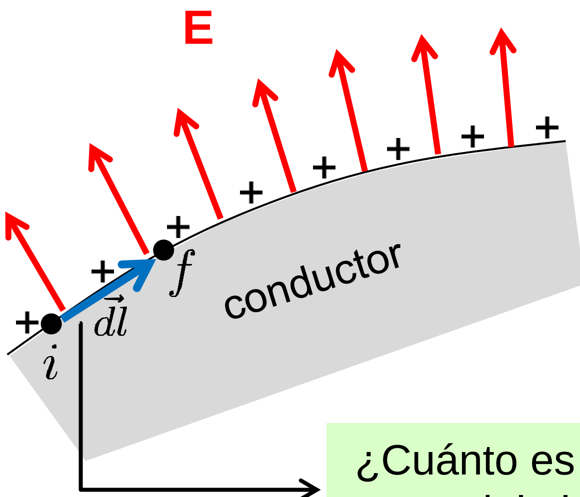
suponemos







OJO El **componente paralelo $E_\parallel$ no puede existir.** Causaría **fuerzas eléctricas tangenciales** sobre la carga con un **movimiento resultante** que **no se observa** experimentalmente. Entonces el **campo** eléctrico es **siempre perpendicular** a la superficie.



¿Cuánto es la diferencia de potencial eléctrico de i a f?

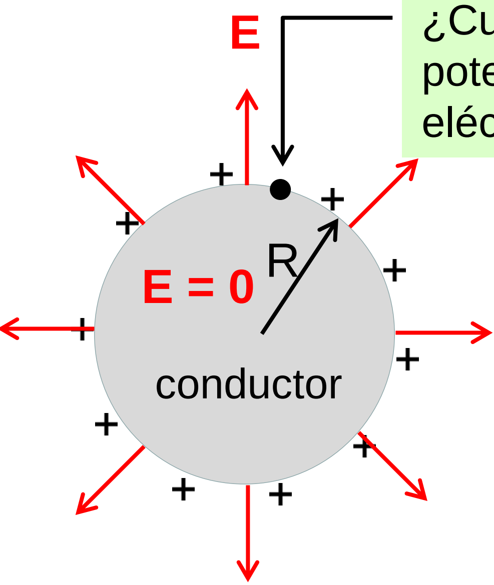
$$\Delta V = -\int_i^f \boxed{\vec{E}\cdot\vec{dl}}$$

como $\vec{E} \perp \vec{dl}$ en la superficie

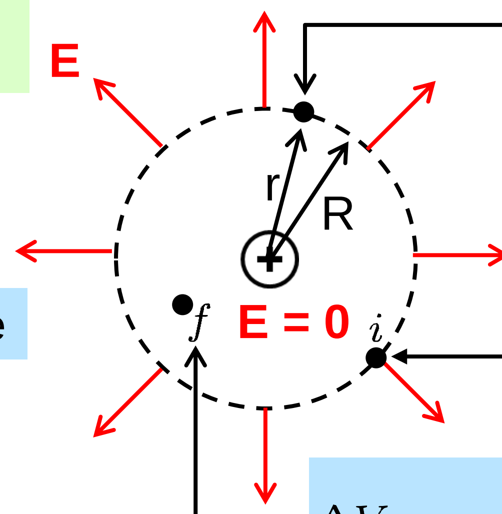
$$\Delta V = 0$$

OJO La **superficie** de un **conductor** forma una superficie **equipotencial**.

¿Cuánto es el potencial eléctrico?



equivalente



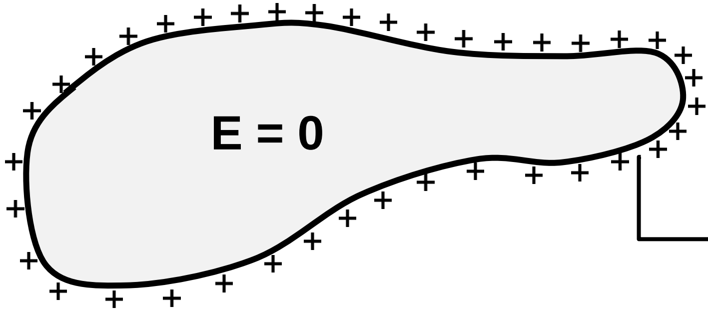
$$V(r \geq R) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r}$$

OJO Cierto por un conductor esférico solamente.

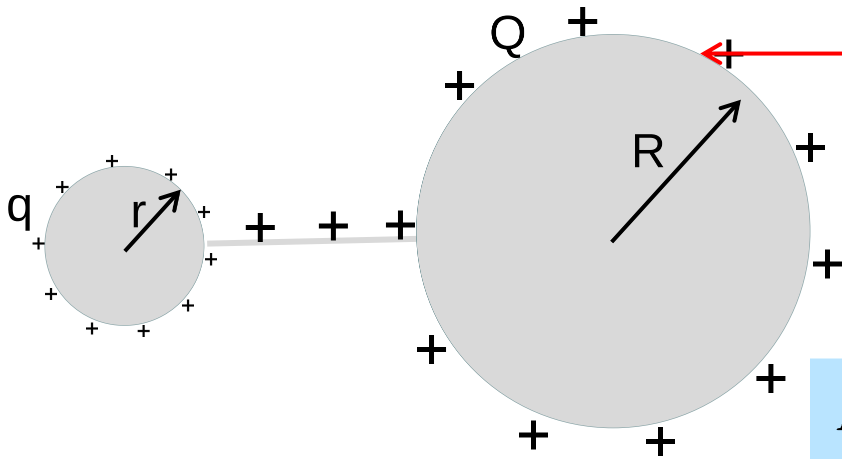
$$V_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{R}$$

$$\Delta V = -\int_i^f \vec{E}\cdot\vec{dl} = -\int_i^f 0\cdot\vec{dl} = 0$$

$$V_f = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{R}$$



¿Cómo esta distribuida la carga sobre la superficie de un conductor?



La superficie de cada conductor es una equipotencial

$$V(r) = V(R)$$

$$\cancel{\frac{1}{4\pi\epsilon_0}}\frac{q}{r} = \cancel{\frac{1}{4\pi\epsilon_0}}\frac{Q}{R}$$

$$E_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2} = \frac{\sigma_r}{\epsilon_0}$$

$$q = 4\pi r^2 \sigma_r$$

$$E_R = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{R^2} = \frac{\sigma_R}{\epsilon_0}$$

$$Q = 4\pi R^2 \sigma_R$$

$$\frac{4\pi r^2 \sigma_r}{r} = \frac{4\pi R^2 \sigma_R}{R}$$

$$r\sigma_r = R\sigma_R$$

$$\frac{\sigma_r}{\sigma_R} = \frac{R}{r} \rightarrow \sigma_r > \sigma_R$$

densidad de carga σ inversamente proporcional al radio de curvatura