

Fuerza de resistencia debido al aire

1 Objetivo

Obtener experimentalmente una curva de velocidad versus masa por un objeto cónico con masa m y área de sección A cayendo en aire. Determinar si la fuerza de resistencia es tipo laminar o turbulento. Determinar para un cono cayendo en aire la relación entre velocidad terminal y masa y entre velocidad terminal y área del cono.

2 Teoría

El movimiento de un objeto en un fluido (aire) se distingue de la caída libre por la presencia de una fuerza resistiva (F_D). Esa fuerza resistiva tiene básicamente dos diferentes comportamientos dependiendo de la rapidez v y del tamaño del cuerpo.

A velocidad baja y objeto de tamaño pequeño tenemos flujo laminar donde: $\vec{F}_D = -C_l \rho A \vec{v}$ donde C_l es el coeficiente de resistencia laminar, ρ es la densidad del fluido (aire), y A es el área de sección efectiva del objeto y $\vec{v}$ es la velocidad del cuerpo que se mueve. Entonces para el flujo laminar tenemos $F_D \propto v^1$.

A velocidad alta y objeto de tamaño grande tenemos flujo turbulento donde: $\vec{F}_D = -0.5 C_t \rho A v^2 \frac{\vec{v}}{v}$ donde C_t es el coeficiente de resistencia turbulento. Entonces para el flujo turbulento tenemos $F_D \propto v^2$.

El número Reynolds nos da la razón de las fuerzas inerciales a fuerzas de viscosidad actuando sobre el cuerpo. El número está definido como $Re = \frac{\rho v L}{\eta} = \frac{v L}{\nu}$ donde ρ es la densidad del fluido, v es la rapidez, L es un largo característico del cuerpo, η es la viscosidad dinámica del fluido, y ν es la viscosidad cinemática del fluido. La viscosidad cinemática del aire a 300K es de $1.568 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$. Para un cuerpo esférico que se mueve en un fluido, cuando el número Reynolds es mayor a 10,000 el flujo resulta ser turbulento y menor a 1 el flujo resulta ser laminar. Para un objeto plano que por su geometría desarrolla más turbulencia, suponemos un número Reynolds mayor a 5,000 para un flujo turbulento.

La segunda ley de Newton nos dice que para un objeto cayendo en aire: $F_{\text{net}} = F_d + F_g$. Cuando la fuerza resistiva y la fuerza de gravedad están iguales en magnitud (pero dirección

opuesta), la fuerza neta es igual a cero, y la aceleración es cero. Entonces observamos una velocidad constante llamado velocidad terminal (v_T). En flujo laminar $v_T \propto m$ pero en flujo turbulento $v_T \propto \sqrt{m}$.

3 Procedimiento

1. Medir la masa y diámetro de sus conos de mayor y de menor diámetros.
2. Amarrar horizontalmente una regla de 1m a una altura del 0.75 m del piso a su mesa y sobre pasando la mesa por 0.5 m a 0.75 m en el aire. Medir la altura h del borde superior de la regla del piso.
3. Buscar el programa 'CMV edu' y VisualEyes' para su smartphone. Lo tiene para el iPhone. Con el 'VisualEyes' tomar un video, resolución 1080p 120fps, de su cono cayendo a un extremo y afuera de la mesa de laboratorio de una altura de 2-2.5 m por encima de la mesa. La cámara debe estar acostado con la lente hacia abajo y estacionario en el lado extremo (o más lejo) de **otra** mesa de laboratorio. Desde 'VisualEyes' hacer un 'share' de su video a 'CMV edu' y con 'CMV edu' abrir el video y avanzar 'frame' por 'frame' y anotar el tiempo inicial t_i del 'frame' cuando la punta es a punto de desaparecer detrás de la regla horizontal y el tiempo final t_f cuando la punta del cono toca el piso.
4. Repetir el paso anterior, dejando caer el cono siempre de la misma posición, con una masa añadido al cono de 2 gramo. Y repetir hasta tener 18 gramos añadido (10 corridas). Anotar sus valores de la masa total m_{tot} del cono incluyendo la masa añadida y los tiempo iniciales y finales.

dia. (cm) =		h (m) =	
masa añadida (g)	m_{tot} (g)	t_i (s)	t_f (s)
0			
2			
4			
6			
8			
10			
12			
14			
16			
18			

5. Con el cono de menor diámetro, añadir suficiente masa para que sea igual a la masa del cono de mayor diámetro, medido en el procedimiento 2.
6. Repetir el procedimiento 4 con el cono de diámetro menor. Una corrida solamente.

dia. (cm) =		h (m) =	
masa añadida (g)	m_{tot} (g)	t_i (s)	t_f (s)

4 Interpretación de los resultados

1. Determinar el tiempo $\Delta t = t_f - t_i$ que toma el cono caer de la regla horizontal hasta el piso de todas sus corridas y calcular la velocidad terminal $v_T = \frac{h}{\Delta t}$ en [m/s] de todas sus corridas. **Crear una tabla de valores con m_{tot} , t_i , t_f , Δt , v_T para los dos conos de mayor y menor diámetro.**

Hacer una gráfica de v_T vs m_{tot} para el cono de mayor diámetro y realizar una regresión 'power' de la data. Cambiar las masas a kg. Según la regresión y el exponente de la masa total m_{tot} y ver la sección de la teoría, **¿el flujo es laminar o turbulento?**

2. Si el cuerpo llega a su velocidad terminal,

$$F_D = F_g$$

$$C\rho A(v_T)^n = mg$$

y queremos determinar el exponente n para determinar si el flujo es laminar o turbulento. Tomamos el logaritmo natural de ambos lados nos da

$$\ln(m) = n \ln(v_T) + \ln\left(\frac{C\rho A}{g}\right)$$

Entonces el exponente n esta dado por la pendiente de una línea recta dada por la regresion lineal de una gráfica de $\ln(m_{tot})$ vs. $\ln(v_T)$.

Hacer una gráfica del logaritmo natural $\ln(m_{tot})$ vs el logaritmo natural $\ln(v_T)$ para sus corridas del cono de mayor diámetro. Cambiar las masas a kg.

Según su pendiente, ¿el flujo es laminar o turbulento?

Calcular el porciento de diferencia entre su valor para el exponente de la velocidad terminal y el valor ideal para el flujo laminar o flujo turbulento.

Utilizar el intercepto-y de su gráfica para estimar el valor de C utilizando el área de sección del cono de mayor diámetro en m^2 y la densidad del aire $\rho = 1.23 \text{ kg}/m^3$ y la $g = 9.785 \text{ N}/kg$.

Entonces, según sus valores, ¿ $F_D = ?$, escribir F_D como ese ejemplo $F_D = 0.543v^{1.875}$.

3. ¿Cómo cambia la velocidad terminal cuando cambiamos el área de sección del cuerpo cayendo manteniendo la masa constante?

Osea, ¿ $v_T \propto \frac{1}{A}$ o $\propto \frac{1}{\sqrt{A}}$?

Ayuda: **calcular el factor de aumento de la velocidad terminal $\frac{v_{T,p}}{v_{T,g}}$ para el cono con área de sección grande (utilizar los datos de la primera corrida) y área de sección pequeña y comparar al factor de disminución del área $\frac{A_g}{A_p}$**

o a la raíz cuadrada del factor de disminución del área $\sqrt{\frac{A_g}{A_p}}$. Las áreas pueden ser calculadas en cm^2 . Tenemos flujo laminar si la velocidad terminal es inversamente proporcional al área y flujo turbulento si la velocidad terminal es inversamente proporcional a la raíz cuadrada del área.

¿Sus datos de área y velocidad terminal suportan que es flujo laminar o turbulento?

4. **Calcular el número Reynolds para la primera corrida del cono de mayor diámetro.** El tamaño característico del cono corresponde al diámetro del cono. Tener cuidado con las unidades, el número Reynolds no tiene dimensión. ¿El número Reynolds calculado suporta sus conclusiones de flujo laminar o turbulento?