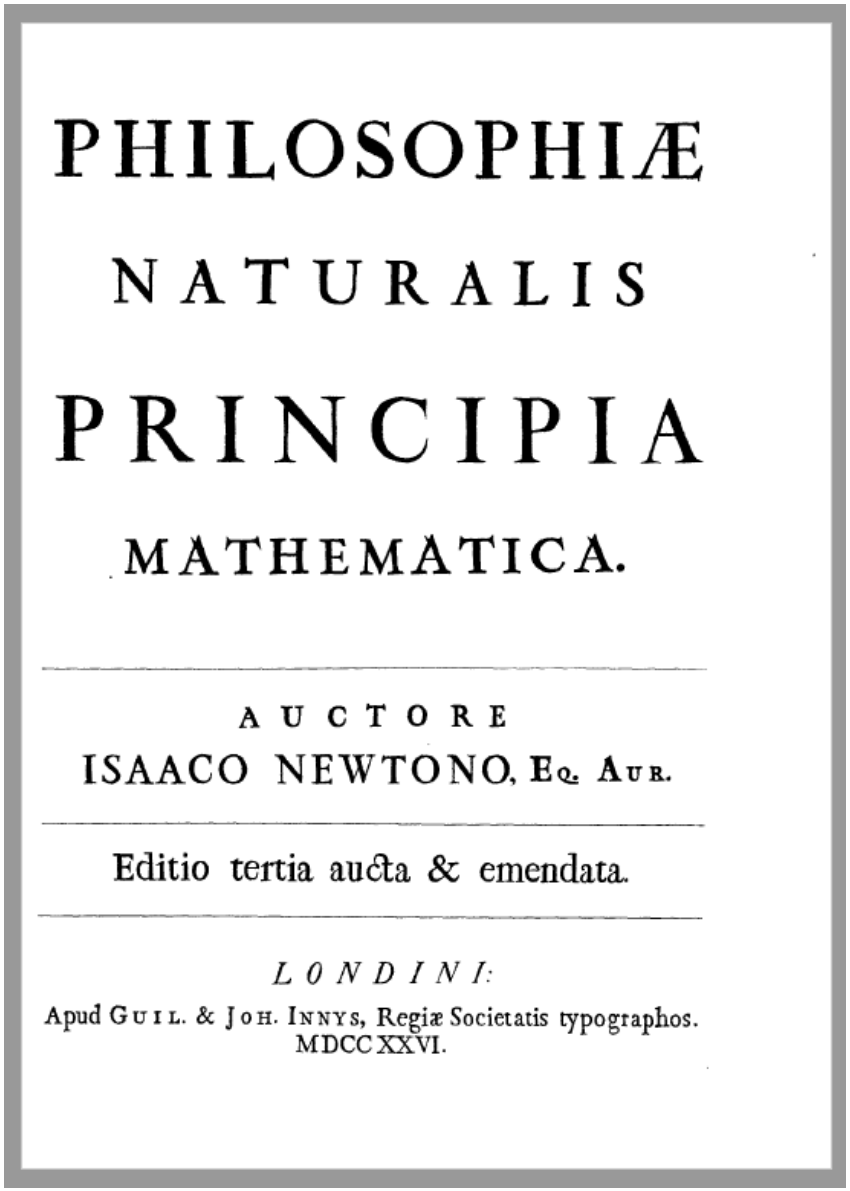
5. Impulso, momento y su conservación

Otra versión de la 2nda ley de Newton

Vamos a la fuente en la 3ra edición del libro publicado por Newton en 1871 para buscar su 2^{nda} ley.



PHILOSOPHIÆ

NATURALIS

PRINCIPIA

MATHEMATICA.

AUCTORE

ISAACO NEWTONO, Eq. Aur.

Editio tertia aucta & emendata.

LONDINI:

Apud Guil. & Joh. Innys, Regiæ Societatis typographos.

MDCCXXVI.

Noticia: Septiembre 5, 2023

¡La primera ley de Newton traducida incorrectamente del latín!

"¡Enseñado incorrectamente por 300 años!" dice Daniel Hoek

Los cuerpos no sujeto a fuerzas se mantienen en **reposo** o a una **velocidad constante** (**rapidez constante en línea recta**) (versión que se enseña)



AXIOMATA
SIVE
LEGES MOTUS

LEX I.

Corpus omne perseverare in statu suo quiescendi vel movendi uniformiter in directum, nisi quatenus a viribus impressis cogitur statum suum mutare.

PROJECTILIA perseverant in motibus suis, nisi quatenus a resistentia aëris retardantur, & vi gravitatis impelluntur deorsum. Trochus, cujus partes cohærendo perpetuo retrahunt sese a motibus rectilineis, non cessat rotari, nisi quatenus ab aëre retardatur. Majora autem planetarum & cometarum corpora motus suos & progressivos & circulares in spatiis minus resistentibus factos conservant diutius.

LEX II.

Mutationem motus proportionalem esse vi motrici impressæ, & fieri secundum lineam rectam qua vis illa imprimitur.

Si vis aliqua motum quemvis generet; dupla duplum, tripla triplum generabit, sive simul & semel, sive gradatim & successive impressa fuerit. Et hic motus (quoniam in eandem semper plagam cum vi generatrice determinatur) si corpus antea movebatur, motui ejus vel conspiranti additur, vel contrario subducitur, vel obliquo oblique adjicitur, & cum eo secundum utriusque determinationem componitur.

no es ***no sujeto a***
pero es ***excepto en la medida***

Los cuerpos se mantienen en **reposo** o a una **velocidad constante** (**rapidez constante en línea recta**) **excepto en la medida** que una **fuerza neta** les obliga a cambiar su estado.

En otras palabras, según el filósofo Daniel Hoek:"**Todo cambio al estado de movimiento de un cuerpo se debe a fuerzas actuando sobre el cuerpo**". ver https://philpapers.org/archive/HOEFCO.pdf

Regresando a la 2nda ley de Newton



[19]

AXIOMATA
SIVE
LEGES MOTUS

Lex. I.

Corpus omne perseverare in statu suo quiescendi vel movendi uniformiter in directum, nisi quatenus a viribus impressis cogitur statum illum mutare.

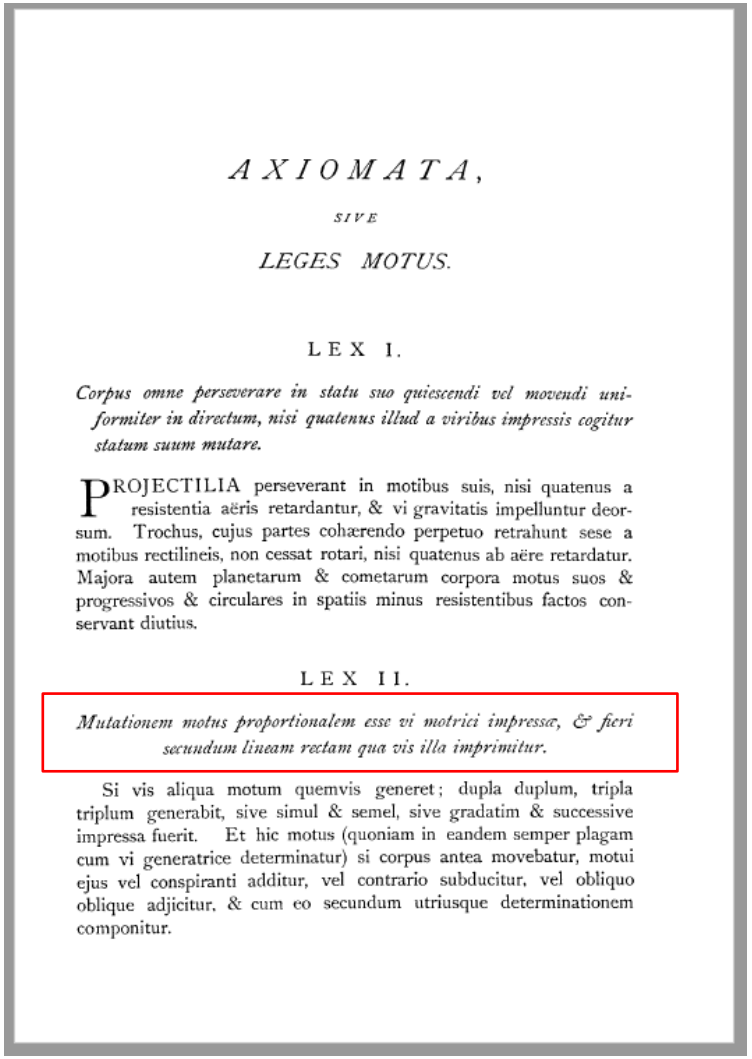
PRojectilia perseverant in motibus suis nisi quatenus a resistentia aeris retardantur & vi gravitatis impelluntur deorsum. Trochus, cujus partes cohærendo perpetuo retrahunt sese a motibus rectilineis, non cessat rotari nisi quatenus ab aere retardatur. Majora autem Planetarum & Cometarum corpora motus suos progressivos & circulares in spatiis minus resistentibus factos conservant diutius.

Lex. II.

Mutationem motus proportionalem esse vi motrici impressæ, & fieri secundum lineam rectam qua vis illa imprimitur.

Si vis aliqua motum quemvis generet, dupla duplum, tripla triplum generabit, sive simul & semel, sive gradatim & successive impressa fuerit. Et hic motus quoniam in eandem semper plagam cum vi generatrice determinatur, si corpus antea movebatur, motui ejus vel conspiranti additur, vel contrario subducitur, vel obliquo oblique adjicitur, & cum eo secundum utriusq; determinationem componitur.

Lex. III.



AXIOMATA,

SIVE

LEGES MOTUS.

LEX I.

Corpus omne perseverare in statu suo quiescendi vel movendi uniformiter in directum, nisi quatenus illud a viribus impressis cogitur statum suum mutare.

PROJECTILIA perseverant in motibus suis, nisi quatenus a resistentia aëris retardantur, & vi gravitatis impelluntur deorsum. Trochus, cujus partes cohærendo perpetuo retrahunt sese a motibus rectilineis, non cessat rotari, nisi quatenus ab aëre retardatur. Majora autem planetarum & cometarum corpora motus suos & progressivos & circulares in spatiis minus resistentibus factos conservant diutius.

LEX II.

Mutationem motus proportionalem esse vi motrici impressæ, & fieri secundum lineam rectam qua vis illa imprimitur.

Si vis aliqua motum quemvis generet; dupla duplum, tripla triplum generabit, sive simul & semel, sive gradatim & successive impressa fuerit. Et hic motus (quoniam in eandem semper plagam cum vi generatrice determinatur) si corpus antea movebatur, motui ejus vel conspiranti additur, vel contrario subducitur, vel obliquo oblique adjicitur, & cum eo secundum utriusque determinationem componitur.

Mutationem motus proportionalem esse vi motrici impressæ, & fieri secundum lineam rectam qua vis illa imprimitur.

Traducción:
La taza de cambio del momento es igual a la fuerza neta actuando sobre un cuerpo y tiene la misma dirección que la fuerza neta.

$$\vec{F}_{neta} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$ ← momento

momento ⇒ Cantidad de movimiento dado por el producto de masa y velocidad. Tiene el símbolo p con unidades de [kg m/s]. Es un vector.

$$\vec{p} = m\,\vec{v} \quad [kg\,m/s]$$

¿Qué pasó con la 2nda ley de Newton F = m a?

$$\vec{F}_{neta} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\,\vec{v})}{dt} = m\,\frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{v}\,\frac{dm}{dt}$$

por una masa constante → $\vec{F}_{neta} = m\,\vec{a} + \vec{v}\,\cancel{\frac{dm}{dt}}^{\,0} \longrightarrow m\,\vec{a}$

por una masa que cambia → $\vec{F}_{neta} = m\,\vec{a} + \vec{v}\,\frac{dm}{dt}$

versión más poderosa de la 2nda ley de Newton

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_{neta}}{m} - \boxed{\frac{\vec{v}}{m}\,\frac{dm}{dt}}$$

termino adicional que toma en cuenta el **cambio de masa**, por ejemplo, **ocurre en los cohetes**

Impulso

manipulando la 2nda ley de Newton

$$\vec{F}_{neta} = \frac{d\vec{p}}{dt} \longrightarrow \vec{F}_{neta}\,dt = d\vec{p}$$

integrando

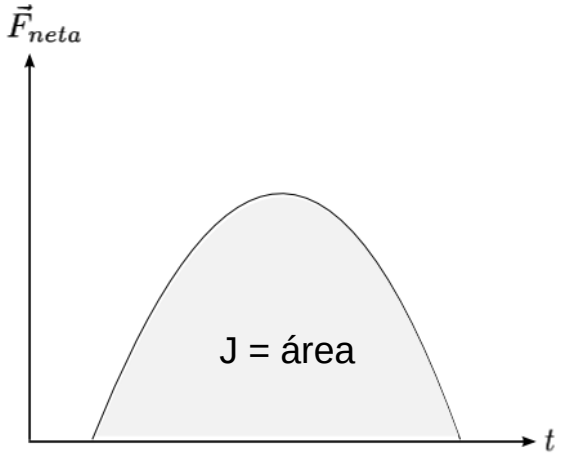
$$\int_{t_i}^{t_f} \vec{F}_{neta}\,dt = \int_{p_i}^{p_f} d\vec{p}$$

$$\int_{t_i}^{t_f} \vec{F}_{neta}\, dt = \vec{p_f} - \vec{p_i} = \Delta\vec{p}$$

impulso J

$$\vec{J} = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F}_{neta}\, dt \quad [N\ s]$$

área debajo de una curva F_{neta} vs t da el impulso



$$\vec{J} = \Delta\vec{p}$$

teorema impulso-momento

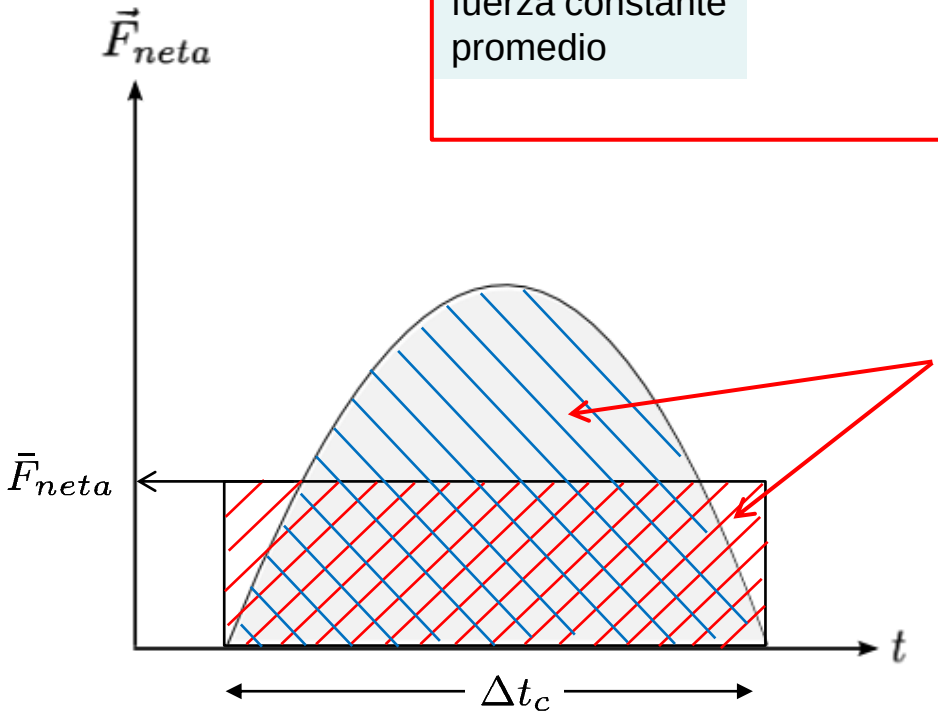
La acción de una **fuerza neta** sobre un cuerpo durante **un cierto tiempo** es de cambiar directamente la **cantidad de movimiento** del cuerpo.

Igualmente se puede calcular el impulso con la fuerza neta promedio $\bar{F}$.

$$\vec{J} = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F}_{neta}\, dt = \bar{F}_{neta}\, \Delta t_c$$

- Δt_c → tiempo de contacto
- $\bar{F}_{neta}$ → fuerza constante promedio

$\bar{F}_{neta}\, \Delta t_c$ es un rectángulo en una gráfica de F vs t



J = área azul o área rojo

Conservación de momento

Si la **fuerza neta** actuando sobre un cuerpo o sistema es **CERO**, entonces el **momento total** del objeto o sistema **se conserva**.

si $\vec{F}_{neta} = 0 \longrightarrow \Delta\vec{p}_{tot} = 0$

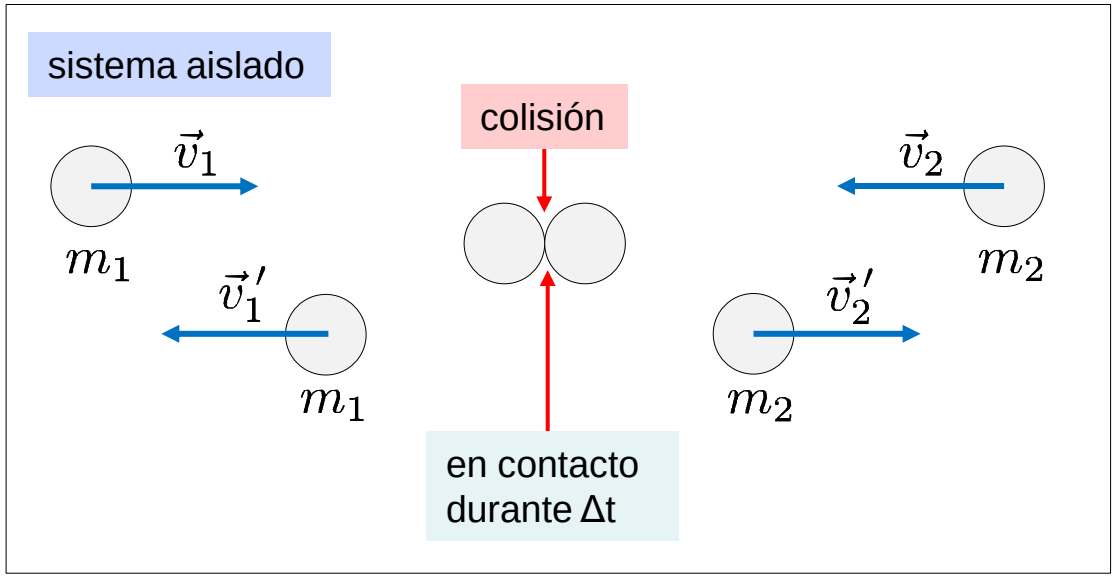
No hay cambio, el momento total se queda **constante.**

Un **sistema** donde la **fuerza neta** es **cero** se llama un **sistema aislado.**

significa después

en un sistema aislado → $\vec{p}_{tot} = \vec{p}'_{tot}$

6. Colisiones elásticas y no-elásticas



colisión ⇒ Evento ‘aislado‘ en el tiempo donde hay fuerzas fuertes entre dos o más cuerpos durante un tiempo bien corto.

$$\vec{p}_{tot} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 \qquad \vec{p}'_{tot} = m_1\vec{v}_1' + m_2\vec{v}_2'$$

$$\text{sistema aislado} \longrightarrow \vec{p}_{tot} = \vec{p}'_{tot}$$

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}_1' + m_2\vec{v}_2'$$

combinando los términos v1 y v2

$$m_1\vec{v}_1 - m_1\vec{v}_1' = m_2\vec{v}_2' - m_2\vec{v}_2$$

factorizando

$$-m_1(\vec{v}_1' - \vec{v}_1) = m_2(\vec{v}_2' - \vec{v}_2)$$

por definición

$$-m_1\Delta\vec{v}_1 = m_2\Delta\vec{v}_2$$

durante la colisión que dura Δt

$$-m_1\frac{\Delta\vec{v}_1}{\Delta t} = m_2\frac{\Delta\vec{v}_2}{\Delta t}$$

por definición

$$-m_1\vec{a}_1 = m_2\vec{a}_2$$

por definición

$$-\vec{F}_1 = \vec{F}_2$$

Durante el contacto, la fuerza que ejerce m_1 sobre m_2 es igual en magnitud, pero en dirección contraria a la fuerza que m_2 ejerce sobre m_1.

3ra ley de Newton

3ra ley de Newton equivalente **ley de conservación de momento**

2 tipos de colisiones:

1. **Colisiones elásticas** donde **hay conservación** de la **energía cinética** total.

$$KE_{tot} = KE'_{tot}$$

2. **Colisiones inelásticas** donde **no hay conservación** de la **energía cinética** total.

$$KE_{tot} \neq KE'_{tot}$$

OJO En un sistema aislado no importa el tipo de colisión, siempre hay conservación del momento.

mundo macroscópico → Nunca hay colisiones elásticas debido que siempre hay fuerzas disipativas involucradas y hay conversión de la energía cinética en energía térmica y/o energía de sonido.

mundo microscópico → Al nivel atómico las colisiones entre átomos son consideradas elásticas.

Colisiones elásticas en 1-D

conservación de $\vec{p}$ → $m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}_1' + m_2\vec{v}_2'$

conservación de KE → $\frac{1}{2}m_1{v_1}^2 + \frac{1}{2}m_2{v_2}^2 = \frac{1}{2}m_1{v_1}'^2 + \frac{1}{2}m_2{v_2}'^2$

Resultados especiales (con bastante algebra):

1. $-(v_2 - v_1) = {v_2}' - {v_1}'$ (independiente de la masa)

movimiento relativo antes

movimiento relativo después

2. (con masas iguales) $m_1 = m_2$

$${v_1}' = v_2$$
$${v_2}' = v_1$$

hay un intercambio de las velocidades

3. con $\vec{v}_2 = 0$

$$v_1{}' = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) v_1$$

$$v_2{}' = 2\left(\frac{m_1}{m_1 + m_2}\right) v_1$$

si $m_1 = m_2 \longrightarrow \; v_2{}' = v_1$ y $v_1{}' = 0$

si $m_1 >> m_2 \longrightarrow \; v_2{}' = 2\left(\frac{m_1}{m_1(1 + \frac{m_2}{m_1})}\right) v_1 \approx 2\, v_1$ (0)

$$v_1{}' = \left(\frac{m_1(1 - \frac{m_2}{m_1})}{m_1(1 + \frac{m_2}{m_1})}\right) v_1 \approx v_1$$ (0, 0)

si $m_1 << m_2 \longrightarrow \; v_2{}' = 2\left(\frac{m_2(\frac{m_1}{m_2})}{m_2(\frac{m_1}{m_2} + 1)}\right) v_1 \approx 0$ (0, 0)

$$v_1{}' = \left(\frac{m_2(\frac{m_1}{m_2} - 1)}{m_2(\frac{m_1}{m_2} + 1)}\right) v_1 \approx -v_1$$ (0, 0)

Ecuaciones generales:

$$v_2{}' = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right) v_1 + \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right) v_2$$

$$v_1{}' = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) v_1 + \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2}\right) v_2$$